

Logik mit generalisierten Quantoren: L(GQ)

=> Vereinheitlichung der Struktur von Quantoren

=> Begrenzung der möglichen Quantoren

Was sind Quantoren?

- legen fest, dass ein Set von Entitäten eine bestimmte Eigenschaft hat
- denotieren die Familie von Sets, für die sie den Wert „wahr“ annehmen
- Unterscheidung von logischen Quantoren, die unabhängig vom Diskursmodell immer gleich sind und nicht-logischen Quantoren, deren Interpretation abhängig vom Diskursmodell ist
- Namen verhalten sich wie Quantoren, sie denotieren die Familie von Sets, die die jeweilige Person (z.B. Herbert) enthalten

Struktur von Quantoren:

-Quantoren bestehen aus einem Determinierer D und einem Set-Ausdruck.

Set-Ausdrücke sind Prädikatssymbole (z.B. Nomen, intransitive Verben,...)

=> **Struktur entspricht der Syntax einfacher Nominalphrasen natürlicher Sprachen**

Logische Symbole:

(a) propositionale Verknüpfungen $\wedge, \vee, \sim$

(b) Variablen $x, y, z, x^0, \dots$

(c) ein spezifizierter set Ausdruck: Entität (denotiert das Set E der Entitäten im Diskursmodell)

(d) $() [] : =$

(e) logische Determinierer: some, every, no, both, neither, 1,2,3,... (d.h. 1,2,3,... oder mehr), !1, !2, !3,... (d.h. genau 1,2,3,...), the 1, the 2, the 3,... (nur interpretierbar, wenn es im Modell genau 1, 2, 3,... Entitäten gibt)

Nicht-logische Symbole:

(a) Konstanten

(b) Prädikatssymbole (drücken Eigenschaften aus, z.B. intransitive Verben)

(b) Relationale Symbole (drücken Beziehungen zwischen 2 oder mehr Entitäten aus, z.B. transitive Verben)

(c) nicht-logische Determinierer, z.B. die meisten, viele, einige,...

=> **L(GQ) beschreibt nicht eine bestimmte Sprache, sondern eine Sprachfamilie**

Interpretation logischer Ausdrücke nach L(GQ)

Ein Modell $M = \langle E, \llbracket \cdot \rrbracket \rangle$ für L(GQ) ist eine Funktion, die den nicht-logischen Elementen einer Formel Bedeutung zuweist.

Alle Ausdrücke in der Formel müssen Teilmenge des Diskursmodells sein.

Einige Beispiele zur Interpretation:

$\llbracket \text{einige} \rrbracket(A) = \{ X \subseteq E \mid X \cap A \neq \emptyset \}$

$\llbracket \text{jeder} \rrbracket(A) = \{ X \subseteq E \mid A \subseteq X \}$

$\llbracket \text{kein} \rrbracket(A) = \{ X \subseteq E \mid A \cap X = \emptyset \}$

$\llbracket n \rrbracket(A) = \{ X \subseteq E \mid |X \cap A| \geq n \}$

$\llbracket n! \rrbracket(A) = \{ X \subseteq E \mid |X \cap A| = n \}$

$\llbracket \text{die } n \rrbracket(A) = \{ \llbracket \text{jeder} \rrbracket(A) \text{ wenn } |A| = n, \text{ sonst nicht definiert} \}$

$\llbracket \text{beide} \rrbracket(A) = \{ \llbracket \text{die } 2 \rrbracket(A) \}$

Konservativität:

Ein Quantor $\llbracket D \rrbracket(A)$ ist nur interpretierbar, wenn sämtliche Elemente der Menge X auch in der Menge A enthalten sind

=> **Der Quantor lebt von A**

Universalien natürlicher Sprachen

=> **1.: NP Quantifier Universal:** jede natürliche Sprache hat syntaktische Komponenten, deren semantische Funktion es ist, als generalisierte Quantoren über die Diskursdomäne zu fungieren. Diese Komponenten sind NPs

=> **2.: Dislocated Phrase Universal:** Wenn sich in einer Sprache bestimmte Phrasen bewegen können, dann gehören NPs dazu.

=> **3.: Determiner Universal:** Jede natürliche Sprache enthält basale Ausdrücke, deren semantische Funktion es ist, den Denotationen A von Gattungsnamen einen Quantor $Q(A)$ zuzuweisen, der von A lebt.

Unterscheidung zwischen Determinierern:

Positiv stark (z.B. every):

für jedes Modell $M = \langle E, \parallel \rangle$ und jedes $A \subseteq E$ gilt: wenn $\parallel D \parallel(A)$ definiert ist, ist $A \in \parallel D \parallel(A)$

Negativ stark (z.B. neither):

für jedes Modell $M = \langle E, \parallel \rangle$ und jedes $A \subseteq E$ gilt: wenn $\parallel D \parallel(A)$ definiert ist, ist A nicht $\in \parallel D \parallel(A)$

Schwach (z.B. some):

Immer sonst

Definite Determinierer: Für jedes Modell $M = \langle E, \parallel \rangle$ und jedes A, für das $\parallel D \parallel(A)$ definiert ist, gibt es ein nicht-leeres Set B, so dass $\parallel D \parallel(A)$ den sieve $\{X \subseteq E \mid B \subseteq X\}$ bildet.

Sieves: Quantifizierte Sätze, die für manche VPs wahr, für andere falsch sind.

Alle definiten Determinierer sind positiv stark.

Unterscheidung zwischen Quantoren:

Monoton steigend ($mon \uparrow$):

Für jedes $X \in Q$ gilt, dass Q auch alle Supersets von X enthält

Monoton fallend ($mon \downarrow$):

Für alle $X \in Q$ gilt, dass Q auch alle Subsets von X enthält

=> **4. Monotonicity Constraint:** Die einfachen NPs jeder natürlichen Sprache drücken monotone Quantoren oder Konjunkte derselben aus.

=> **5. Strong Determiner Constraint:** In natürlichen Sprachen sind positiv starke Determinierer monoton steigend, negativ starke monoton fallend

Interpretation von Sätzen

Witness Sets (w):

Für einen Quantor $D(A)$, ist ein witness set jedes Subset w von A für das gilt, dass $w \in D(A)$

Wahrheitswerte:

Monoton fallende Quantoren: Der Satz ist wahr, wenn es ein w gibt, so dass $w \subseteq X$

Monoton steigende Quantoren: der Satz ist wahr, wenn es ein w gibt, so dass $(X \cap A) \subseteq w$

Persistente Determinierer:

D ist persistent, wenn für alle $M = \langle E, \parallel \rangle$ und alle $A \subseteq B \subseteq E$ gilt, dass wenn $X \in \parallel D \parallel(A)$, dann $X \in \parallel D \parallel(B)$. D ist antipersistent, wenn für alle $M = \langle E, \parallel \rangle$ und alle $A \subseteq B \subseteq E$ gilt, dass wenn $X \in \parallel D \parallel(B)$, dann $X \notin \parallel D \parallel(A)$

=> **6.: Persistent Determiner Universal:** Jeder persistente Determinierer einer Sprache ist monoton steigend und schwach

Dual eines Quantoren:

${}^\circ Q = \{X \subseteq E \mid (E - X) \text{ nicht } \in Q\}$

$Q = {}^\circ Q \Rightarrow Q$ ist self-dual

=> **7.: Constraint on negating self-dual and mon $\downarrow$ quantifiers:** Monoton fallende und self-dual Quantoren können nicht negiert werden