

# Logische Inferenzen

**Peter Kolb**  
**HS Textual Entailment**  
**WS 2008/2009**  
**Universität Potsdam**

# Die “Gesetze des Denkens”

(1) Alle Menschen sind sterblich.

(2) Sokrates ist ein Mensch.

---

(3) Sokrates ist sterblich.

- intuitiv einsehbar. Wenn man (1) und (2) als wahr ansieht, muss man auch (3) als wahr ansehen.

(Kann man die Gültigkeit des Schlusses beweisen? Siehe Dennett, Hofstadter u. Enderwitz (2002): *Einsicht ins Ich.*)

# Die “Gesetze des Denkens”

(1) Alle Hunde sind Säugetiere.

(2) Alle Katzen sind Säugetiere.

---

(3) Alle Hunde sind Katzen.

- Schluss ist ungültig.

# Die “Gesetze des Denkens”

(1) Alle Menschen sind sterblich.

(2) Sokrates ist ein Mensch.

---

(3) Sokrates ist sterblich.

(1) Alle Bienen sind fleißig.

(2) Maja ist eine Biene.

---

(3) Maja ist fleißig.

- Schlussfigur hat eine bestimmte Form

# Die “Gesetze des Denkens”

(1) Alle Menschen sind sterblich.

(2) Sokrates ist ein Mensch.

---

(3) Sokrates ist sterblich.

(1) Alle Bienen sind fleißig.

(2) Maja ist eine Biene.

---

(3) Maja ist fleißig.

# Die “Gesetze des Denkens”

- “Alle” Bestandteil der Form:
  - (1) **Manche** Bienen sind fleißig.
  - (2) Maja ist eine Biene.

---

  - (3) Maja ist fleißig. (FOLGT NICHT)
  
- allgemeine Form der Schlussfigur:
  - (1) Alle X sind Y.
  - (2) Z ist ein X.

---

  - (3) Z ist Y.

# Die “Gesetze des Denkens”

- antike Philosophen: Regeln für folgerichtiges Denken
- Aristoteles: Gültigkeit eines Schlusses anhand der Form der beteiligten Aussagen entscheidbar
- syllogistische Figuren
- Logik = Lehre von der formalen Seite des Denkens

# Die “Gesetze des Denkens”

- vollständige Abstraktion vom Inhalt der beteiligten Nomen, Adjektive, ...
- Gültigkeit hängt nur von den logischen Konstituenten ab: *alle, oder, nicht, ...*
- Logik allgemein verwendbar
- Schlüsse, die vom Inhalt der beteiligten Aussagen abhängen, nicht modellierbar:

Hans ist Vater.

Hans ist ein Mann.

# Die “Gesetze des Denkens”

- Logische Kalküle zum “Rechnen mit Sprache”:
  1. Aussagenlogik: modelliert Konnektoren wie und, oder, wenn ... dann...
  2. Prädikatenlogik: fügt Aussagenlogik Quantoren wie alle, kein, jeder, manche hinzu
- B. Partee et al.: Mathematical Methods in Linguistics. 1993.
- W.V.O. Quine: Grundzüge der Logik. 1969.

# Aussagenlogik

- Syntax:
- atomare Aussagen  $p, q, r, s, \dots$
- eine atomare Aussage ist ein wohlgeformter Ausdruck (wgfA) der AL.
- ein wgfA mit vorangestelltem  $\neg$  (Negation) ist ein wgfA.
- zwei wgfA können zu einem wgfA verknüpft werden mittels der Symbole  $\wedge$  (Konjunktion),  $\vee$  (Disjunktion),  $\rightarrow$  (Konditional) und  $\leftrightarrow$  (Bikonditional).

# Aussagenlogik

- Umwandlung natürliche Sprache  $\rightarrow$  AL:
- Konnektoren:
  - nicht  $\neg$
  - wenn ... dann ...  $\rightarrow$
  - genau dann, wenn  $\leftrightarrow$
  - oder  $\vee$
  - entweder p oder q  $(p \vee q) \wedge \neg (p \wedge q)$
  - und, aber, während  $\wedge$
- alles zwischen den Konnektoren: atomare Aussage

# Aussagenlogik

- Umwandlung natürliche Sprache  $\rightarrow$  AL:

- *Wenn er fällt, dann schreit er.*

*Wenn*  $p$ , *dann*  $q$ .

$p \rightarrow q$

- *Hans unaufhörliche Raucherei hat Maria dazu gebracht, in Erwägung zu ziehen, ihm den Hals umzudrehen.*

$p$

# Aussagenlogik

- Umwandlung natürliche Sprache  $\rightarrow$  AL:
- Ambiguitäten in nat. Sprache müssen aufgelöst werden:
- *Staatsanwaltschaft ermittelt gegen Spendensammler ins Clownskostümen*  
p (Spendensammler in Clownskostümen)  
q (Staatsanwaltschaft ermittelt in Clownskostümen)

# Aussagenlogik

- Semantik: Wahrheitswerte und Wahrheitstafeln
- jede atomare Aussage besitzt einen Wahrheitswert
- jeder der fünf Operatoren der AL wird über eine Wahrheitstafel definiert
- Wahrheitswert komplexer Aussagen kann dann auf Wahrheitswerte der beteiligten atomaren Aussagen und ihrer Verknüpfung nach den Wahrheitstafeln zurückgeführt werden.

# Aussagenlogik

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1

Tautologie: Wahrheitswert stets 1, unabhängig von Wert der beteiligten atomaren Aussagen

Kontradiktion: Wahrheitswert immer 0:  $p \wedge \neg p$

# Aussagenlogik

- Gesetze der Aussagenlogik (Auswahl):

- DeMorgan'sche Gesetze:

$$\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$$

$$\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$$

- Konditionalgesetze:

$$(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

$$(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$$

$$(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$$

# Aussagenlogik: Inferenzregeln

- Modus Ponens:

$P \rightarrow Q$       Wenn Hans singt, lacht Maria.

$P$                       Hans singt.

---

$Q$                       Maria lacht.

- Modus Tollens:

$P \rightarrow Q$       Wenn Hans singt, lacht Maria.

$\neg Q$                       Maria lacht nicht.

---

$\neg P$                       Hans singt nicht.

# Aussagenlogik

- gegebene Formeln: Axiome (als wahr angenommen)
- aus Axiomen ableitbare Formel: Theorem
- automatische Theorembeweiser
- da auf jede Formel endlos Ersetzungsoperationen angewandt werden können, führt brute-force-Methode zu kombinatorischer Explosion
- Heuristik: Tableauekalküle

# Aussagenlogik

Wenn die Versuchsperson die Anweisung nicht verstanden hat, oder mit dem Lesen des Satzes nicht fertig wurde, dann hat sie den falschen Knopf gedrückt oder nicht geantwortet. Wenn sie nicht geantwortet hat, dann hat der Zeitmesser nicht angehalten. Die Versuchsperson hat den richtigen Knopf gedrückt, und der Zeitmesser hat angehalten. Daraus folgt: die Versuchsperson hat die Anweisung verstanden.

Ist der Schluss gültig?

# Aussagenlogik

- George Boole (1854): Investigation of The Laws of Thought.
- die fünf Operatoren der Aussagenlogik können auf zwei zurückgeführt werden: wahlweise  $\vee$  und  $\neg$  bzw.  $\wedge$  und  $\neg$ .
- wichtig für Digitaltechnik

# Prädikatenlogik

- fügt AL Existenzquantor ( $\exists$ ) und Allquantor ( $\forall$ ) hinzu
- Variablen für Individuenkonstanten  $x, y, z, \dots$
- $n$ -stellige Prädikate:  $\text{lieben}(x,y)$
- jede Variable muss durch einen Quantor gebunden sein
- *Hans liebt Maria:*  
 $(\exists x, y) \text{Hans}(x) \wedge \text{Maria}(y) \wedge \text{lieben}(x,y)$

# Prädikatenlogik

- Prädikatenlogik erster Stufe (PL1)
- Prädikatenlogik zweiter Stufe:
- Adverbien: *Maria schreit laut.*  
 $(\exists x) \text{Maria}(x) \wedge \text{laut}(\text{schreit}(x))$
- Alternativ:  
 $(\exists e, x) \text{Maria}(x) \wedge \text{schreit}(e, x) \wedge \text{laut}(e)$
- keine Quantoren für *viele, wenige, mehr als drei, ....*

# Prädikatenlogik

- bestimmter/unbestimmter Artikel:  
*ein Mann:  $(\exists x) \text{Mann}(x)$ . der Mann?*
- Problem mit intensionalen Ausdrücken  
*Es regnet.*  
*Hans glaubt, dass es regnet.*  
*Hans weiß, dass es regnet.*
- keine Modalitäten: *vielleicht, möglicherweise, ...*

# Prädikatenlogik

*The Boston office called.*

$(\exists x, y, z, e) \text{ call}'(e,x) \wedge \text{person}(x) \wedge \text{rel}(x,y) \wedge$   
 $\text{office}(y) \wedge \text{Boston}(z) \wedge \text{nn}(z,y)$

KB:

$\text{call}(e,x) \rightarrow \text{person}(x)$

$\text{Boston}(B)$

$\text{office}(O) \wedge \text{in}(O, B)$

$\text{person}(J)$

$\text{work-for}(J, O)$

# Prädikatenlogik

*The Boston office called.*

$(\exists x, y, z, e) \text{ call}'(e, x) \wedge \text{person}(x) \wedge \text{rel}(x, y) \wedge$   
 $\text{office}(y) \wedge \text{Boston}(z) \wedge \text{nn}(z, y)$

KB (fortgesetzt):

$(\forall y, z) \text{in}(y, z) \rightarrow \text{nn}(z, y)$

$(\forall x, y) \text{work-for}(x, y) \rightarrow \text{rel}(x, y)$

Was ist mit  $\text{call}'(e, x)$ ?

$(\forall x) p(x) \Leftrightarrow (\exists e) p'(e, x) \wedge \text{Rexists}(e)$

d.h.  $\text{call}'(e, x)$  wird angenommen.

# Folgern mit Prädikatenlogik

- alternative Ansätze:
  1. Unterspezifikation (z.B. DRT)
  2. Beschreibungslogik
  3. Folgern in natürlicher Sprache selbst

# Folgern in natürlicher Sprache

- Hellwig 1985: PLAIN
- Es gibt einen Kern von Sprachverstehen, der nicht wissenschaftsbasiert ist:

*Kradunteln fidulen.*

*Odif ist ein Kraduntel.*

*Wer fidult, der krawantelt.*

*Odif krawantelt.*

- Logische Konstituenten: *wer X der Y, X ist ein Y, ...*

# Folgern in natürlicher Sprache

- statt Übersetzung in Logikkalkül folgern in natürlicher Sprache selbst mittels einer funktional-syntaktischen Beschreibungssprache

*(1) Alle Menschen sind sterblich.*

*(2) Sokrates ist ein Mensch*

*Sokrates ist sterblich.*

- Reduktion auf logische Konstituenten und syntaktische Rollen:

(1) SUBJ:  $x$  QUANT: *alle* PRÄD:  $y$

(2) SUBJ:  $z$  PRÄD: *ist ein*  $x$

SUBJ:  $z$  PRÄD:  $y$

# Folgern in natürlicher Sprache

- (1) ist generelle Aussage, drückt Gesetzmäßigkeit aus, erlaubt Schlussfolgerung zu ziehen
- Regeln zur Ableitung von Folgerungsregeln aus generischen Sätzen:

[SUBJ: x QUANT: *alle* PRÄD: y] =>

[SUBJ: z PRÄD: *ist ein x* |- SUBJ: z PRÄD: y]

[SUBJ: *wer* PRÄD: x, SUBJ: *der* PRÄD: y] =>

[SUBJ: z PRÄD: x |- SUBJ: z PRÄD: y]

# Folgern in natürlicher Sprache

- für generische Sätze mit beliebiger syntaktischer Struktur Regeln schreiben, welche sie in ausführbare Folgerungsregeln umformen
- z.B. Verhältnis quantifizierende Adjektive - Satzadverbiale:

Viele x tun y

z ist ein x

---

z tut wahrscheinlich y

Manche x tun y

z ist ein x

---

z tut möglicherweise y

# Folgern in natürlicher Sprache

- Generelle Aussagen treten in vielen Formen auf:

- Generische Sätze:

*Katzen sind Haustiere.*

*Die Katze ist ein Haustier.*

*Eine Katze ist ein Haustier.*

- Sätze mit logischen Konstituenten:

*Die Straße ist nass, weil es geregnet hat.*

*=> Es regnet. |- Die Straße wird nass.*

*Er öffnet die Flasche, um zu trinken.*

*=> x öffnet Flasche |- x will trinken.*

# Folgern in natürlicher Sprache

- Umwandlung genereller Aussagen in Folge-  
rungsregeln mit linguistischen Mitteln ist  
analytisch
- generelle Aussage und abgeleitete  
Folgerungsregel dagegen nur kontingent
- Nachbildung der semantischen Offenheit der  
Sprache
- z.B.: *“Es war einmal, als die Tiere noch  
sprechen konnten.”*  
=> *Alle Tiere können sprechen.*

# Folgern in natürlicher Sprache

- auch lexikalisches Wissen kann in Form genereller Aussagen formuliert werden (Bedeutungspostulate):

*Ein Junggeselle ist ein unverheirateter, erwachsener Mann.*

*Der Ball ist rund.*

*Wer aufgewacht ist, hat vorher geschlafen.*

*Jeder Metzger ist ein Fleischer und jeder Fleischer ist ein Metzger.*

*Papageien sind Vögel.*

# Folgern in natürlicher Sprache

- Argumentrollen:

x kauft y von z: [SUBJ: x PRÄD: kaufen OBJ: y  
ARG\_von: z] => [SUBJ: x PRÄD: ist Käufer,  
SUBJ: y PRÄD: ist Ware,  
SUBJ: z PRÄD: ist

Verkäufer]

=> [SUBJ: z PRÄD: verkaufen OBJ: y ARG\_an:  
x]

- temporale und lokale Präpositionen:

x ist auf y => y ist unter x

x geschieht nach y => y geschieht vor x

# Folgern in natürlicher Sprache

- **Marcu & Popescu 2005**
- Akquisition von Weltwissen aus Korpora, aber innerhalb natürlicher Sprache bleiben
- betrachten Inferenzproblem als Übersetzungsproblem
- Eingabesatz *BMW meldet Kurzarbeit an mehreren Standorten* soll in Schlussfolgerung *BMW's Aktienkurs wird fallen* übersetzt werden
- Modell vom gestörten Kanal
- Trainingsdaten: Konnektoren, die Ursache-Wirkungs-Relationen signalisieren