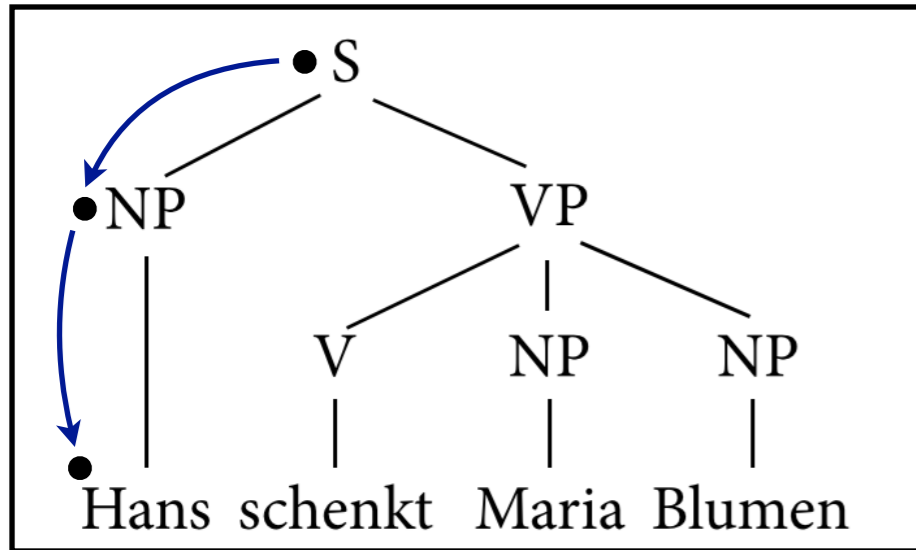


Parsingschemata

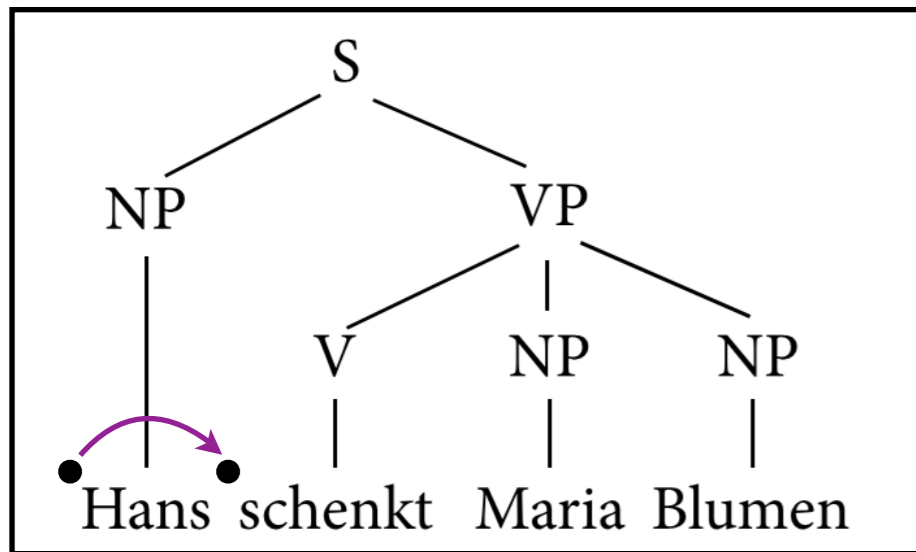
Vorlesung “Computerlinguistische Techniken”
Alexander Koller

6. November 2015

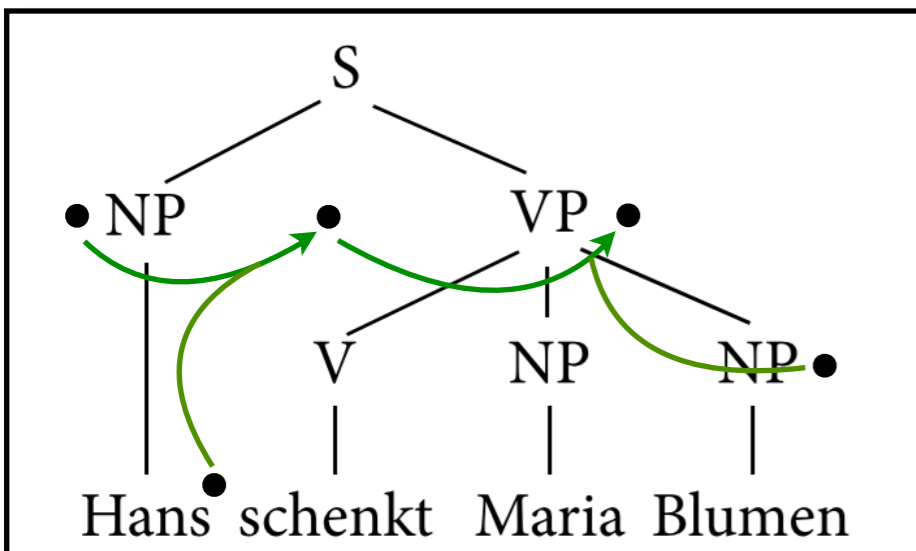
Der Earley-Algorithmus



$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad \text{Predict}$$



$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad \text{Scan}$$



$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad \text{Complete}$$

Earley mit Charts

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow \text{isst}$ $\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
 $NP \rightarrow \text{Det } N$ $NP \rightarrow \text{Hans}$ $N \rightarrow \text{Käse}$
 $VP \rightarrow V NP$ $N \rightarrow \text{brot}$

Punkt-
position

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

Hans	isst	ein	Käse br ot

Anfangs-
position

Earley mit Charts

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Punkt-
position

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

$1, S' \rightarrow \bullet S, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow \text{isst}$ $\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
 $NP \rightarrow \text{Det } N$ $NP \rightarrow \text{Hans}$ $N \rightarrow \text{Käsebrod}$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
 Scan
 Complete

Hans isst ein K.brod

$1, S' \rightarrow \bullet S, 1$ $1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebrod

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow \text{isst}$ $\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
 $NP \rightarrow \text{Det } N$ $NP \rightarrow \text{Hans}$ $N \rightarrow \text{Käse}$
 $VP \rightarrow V NP$ $N \rightarrow \text{brot}$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

$1, S' \rightarrow \bullet S, 1$ $1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1$ $1, NP \rightarrow \bullet \text{Hans}, 1$			
Hans	isst	ein	Käse br ot

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow \text{isst}$ $\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
 $NP \rightarrow \text{Det } N$ $NP \rightarrow \text{Hans}$ $N \rightarrow \text{Käsebroten}$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

1, $NP \rightarrow \text{Hans} \bullet$, 2			
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet \text{Hans}$, 1			
Hans	isst	ein	Käsebroten

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

<p>1, NP \rightarrow Hans •, 2 1, S \rightarrow NP • VP, 2</p>			
<p>1, S' \rightarrow • S, 1 1, S \rightarrow • NP VP, 1 1, NP \rightarrow • Hans, 1</p>			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

<p>1, NP \rightarrow Hans •, 2 1, S \rightarrow NP • VP, 2</p>	<p>2, VP \rightarrow • V NP, 2</p>		
<p>1, S' \rightarrow • S, 1 1, S \rightarrow • NP VP, 1 1, NP \rightarrow • Hans, 1</p>			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

<p>1, NP \rightarrow Hans •, 2 1, S \rightarrow NP • VP, 2</p>	<p>2, VP \rightarrow • V NP, 2 2, V \rightarrow • isst, 2</p>		
<p>1, S' \rightarrow • S, 1 1, S \rightarrow • NP VP, 1 1, NP \rightarrow • Hans, 1</p>			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3		
1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2		
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>		
<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>		
<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3	3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3	
1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2		
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>	<p>3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3 3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3</p>	
	<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>	
	<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>		
	Hans	isst	ein Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

		3, $Det \rightarrow ein \bullet, 4$	
	2, $V \rightarrow isst \bullet, 3$ 2, $VP \rightarrow V \bullet NP, 3$	3, $NP \rightarrow \bullet Det N, 3$ 3, $Det \rightarrow \bullet ein, 3$	
1, $NP \rightarrow Hans \bullet, 2$ 1, $S \rightarrow NP \bullet VP, 2$	2, $VP \rightarrow \bullet V NP, 2$ 2, $V \rightarrow \bullet isst, 2$		
1, $S' \rightarrow \bullet S, 1$ 1, $S \rightarrow \bullet NP VP, 1$ 1, $NP \rightarrow \bullet Hans, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

		<p>3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4</p> <p>3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4</p>	
	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3</p> <p>2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>	<p>3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3</p> <p>3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3</p>	
Hans	<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2</p> <p>1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2</p> <p>2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>	
	<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1</p> <p>1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1</p> <p>1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>		
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

		<p>3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4</p> <p>3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4</p>	<p>4, $N \rightarrow \bullet kb$, 4</p>
	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3</p> <p>2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>	<p>3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3</p> <p>3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3</p>	
	<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2</p> <p>1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2</p> <p>2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>	
	<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1</p> <p>1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1</p> <p>1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>		
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

			4, $N \rightarrow kb \bullet, 5$
		3, $Det \rightarrow ein \bullet, 4$ 3, $NP \rightarrow Det \bullet N, 4$	4, $N \rightarrow \bullet kb, 4$
	2, $V \rightarrow isst \bullet, 3$ 2, $VP \rightarrow V \bullet NP, 3$	3, $NP \rightarrow \bullet Det N, 3$ 3, $Det \rightarrow \bullet ein, 3$	
1, $NP \rightarrow Hans \bullet, 2$ 1, $S \rightarrow NP \bullet VP, 2$	2, $VP \rightarrow \bullet V NP, 2$ 2, $V \rightarrow \bullet isst, 2$		
1, $S' \rightarrow \bullet S, 1$ 1, $S \rightarrow \bullet NP VP, 1$ 1, $NP \rightarrow \bullet Hans, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

		3, NP \rightarrow Det N •, 5	4, N \rightarrow kb •, 5
		3, Det \rightarrow ein •, 4 3, NP \rightarrow Det • N, 4	4, N \rightarrow • kb, 4
	2, V \rightarrow isst •, 3 2, VP \rightarrow V • NP, 3	3, NP \rightarrow • Det N, 3 3, Det \rightarrow • ein, 3	
1, NP \rightarrow Hans •, 2 1, S \rightarrow NP • VP, 2	2, VP \rightarrow • V NP, 2 2, V \rightarrow • isst, 2		
1, S' \rightarrow • S, 1 1, S \rightarrow • NP VP, 1 1, NP \rightarrow • Hans, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	2, $VP \rightarrow V NP \bullet$, 5	3, $NP \rightarrow Det N \bullet$, 5	4, $N \rightarrow kb \bullet$, 5
		3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4 3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4	4, $N \rightarrow \bullet kb$, 4
	2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3	3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3 3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3	
Hans	1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2	
	1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1		
	Hans	isst	ein
			Käsebro

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow \text{isst}$ $\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
 $NP \rightarrow \text{Det } N$ $NP \rightarrow \text{Hans}$ $N \rightarrow \text{Käse}$
 $VP \rightarrow V NP$ $N \rightarrow \text{brot}$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

1, $S \rightarrow NP VP \bullet$, 5	2, $VP \rightarrow V NP \bullet$, 5	3, $NP \rightarrow \text{Det } N \bullet$, 5	4, $N \rightarrow \text{kb} \bullet$, 5
		3, $\text{Det} \rightarrow \text{ein} \bullet$, 4 3, $NP \rightarrow \text{Det} \bullet N$, 4	4, $N \rightarrow \bullet \text{kb}$, 4
	2, $V \rightarrow \text{isst} \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3	3, $NP \rightarrow \bullet \text{Det } N$, 3 3, $\text{Det} \rightarrow \bullet \text{ein}$, 3	
1, $NP \rightarrow \text{Hans} \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet \text{isst}$, 2		
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet \text{Hans}$, 1			
Hans	isst	ein	Käse br ot

Anfangs-
position

Earley mit Charts

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

1, $S \rightarrow NP VP \bullet$, 5 1, $S' \rightarrow S \bullet$, 5	2, $VP \rightarrow V NP \bullet$, 5	3, $NP \rightarrow Det N \bullet$, 5	4, $N \rightarrow kb \bullet$, 5
		3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4 3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4	4, $N \rightarrow \bullet kb$, 4
	2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3	3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3 3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3	
1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2		
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

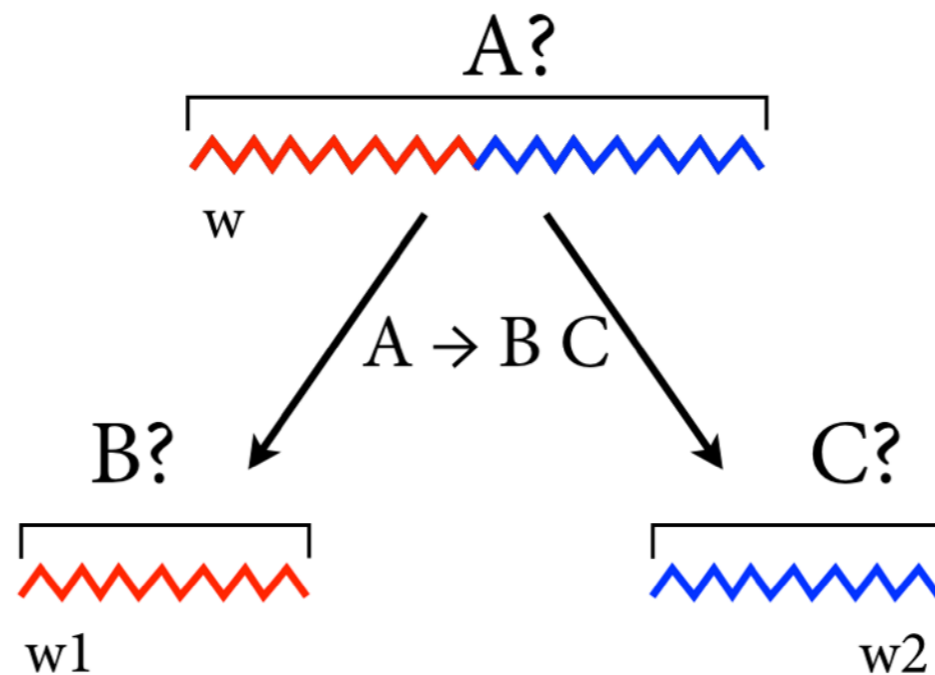
Anfangs-
position

Was bisher geschah

- Wir haben in der Vorlesung bisher vier Parsingalgorithmen gesehen:
 - ▶ Recursive Descent
 - ▶ Shift-Reduce
 - ▶ CKY
 - ▶ Earley
- Es gibt in der Literatur noch viel mehr. Da ist es leicht, den Überblick zu verlieren.

Recursive-Descent-Parsing

- Rekursiver Algorithmus, der für A und w die Frage “ $A \Rightarrow^* w$?” entscheidet.
- Grundidee:

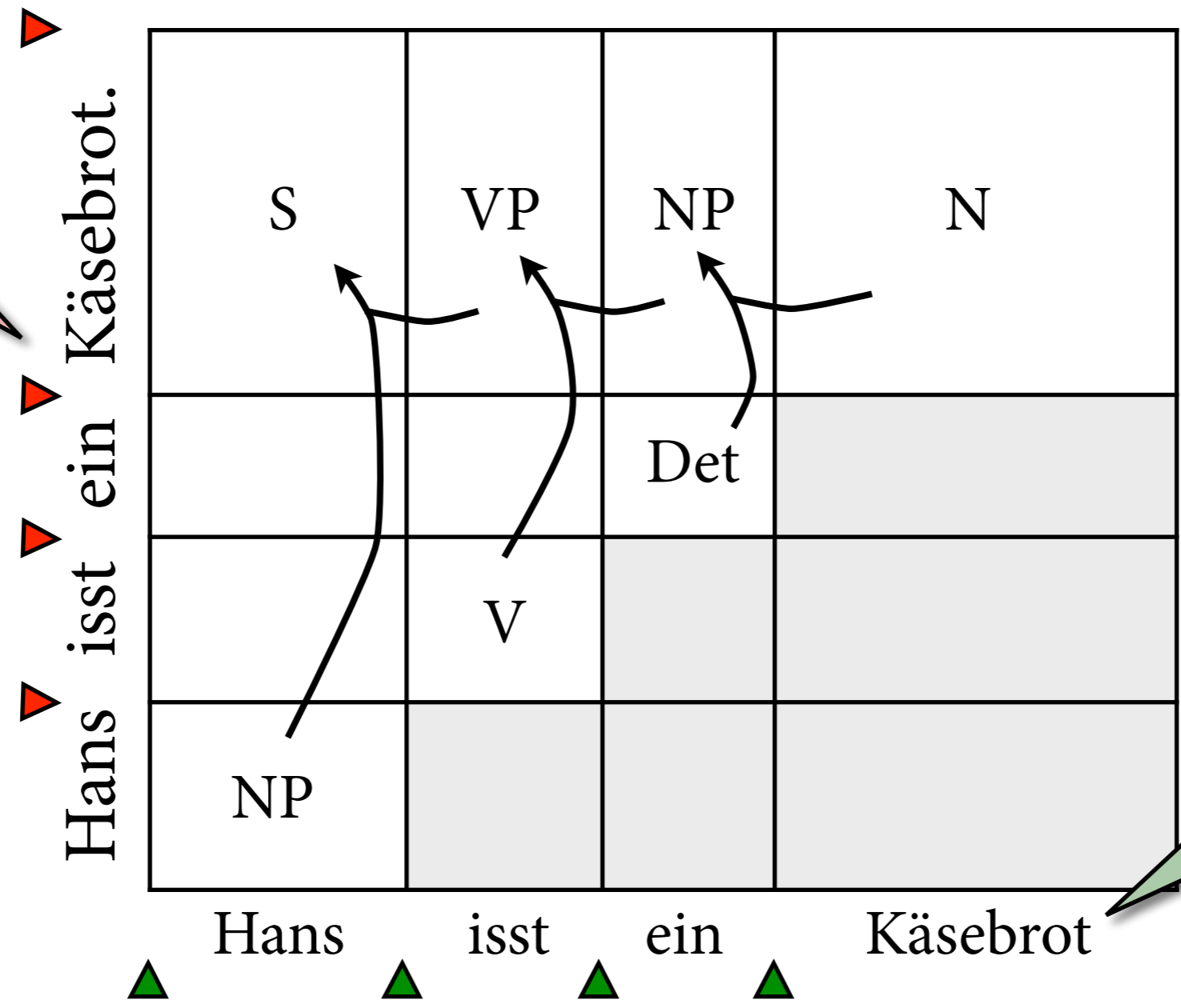


Der CKY-Parser

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Chart

Endposition



Anfangsposition

Übersicht

- Beweisregeln und Parsingschemata
- Parsingschemata für CKY, Earley, Shift-Reduce
- Einheitliche Kochrezepte für:
 - ▶ Korrektheit und Vollständigkeit
 - ▶ Laufzeit

Beweisregeln

- Eine mögliche Welt in Aussagenlogik formalisiert:

Wenn Hans kein Geld hat, kann er nicht einkaufen gehen.	$\neg \text{Geld} \rightarrow \neg \text{Eink}$
Wenn Hans nicht einkaufen geht, hat er kein Essen.	$\neg \text{Eink} \rightarrow \neg \text{Essen}$
Wenn Hans kein Essen hat, dann hat er morgen Hunger.	$\neg \text{Essen} \rightarrow \text{Hunger}$
Hans hat kein Geld.	$\neg \text{Geld}$

- Wie beweist man automatisch, dass Hans morgen Hunger hat?

Beweisregeln

- Eine Beweisregel erlaubt uns, aus Prämissen eine Konklusion abzuleiten.
- Beispiel: Modus Ponens

$$\frac{P \rightarrow Q \quad P}{Q}$$

- P, Q sind Platzhalter für beliebige Formeln.

Beispiel

- Beweis durch schematische Anwendung von Modus Ponens:

$P \rightarrow Q$	P
<hr/>	
Q	

1. \neg Geld (Axiom)
2. \neg Geld \rightarrow \neg Eink (Axiom)
3. \neg Eink \rightarrow \neg Essen (Axiom)
4. \neg Essen \rightarrow Hunger (Axiom)
5. \neg Eink (MP aus 1, 2)
6. \neg Essen (MP aus 3, 5)
7. Hunger (MP aus 4, 6)

Beispiel

(alternative Darstellung als Beweisbaum)

Axiome

$\neg\text{Geld} \rightarrow \neg\text{Eink}$ $\neg\text{Geld}$

$\neg\text{Eink} \rightarrow \neg\text{Essen}$

$\neg\text{Eink}$

$\neg\text{Essen} \rightarrow \text{Hunger}$

$\neg\text{Essen}$

Hunger

Theorem

$P \rightarrow Q$	P
<hr/>	
Q	

Wahrheit und Beweisbarkeit

- Eine Formel F *folgt* aus den Formeln P_1, \dots, P_n , wenn jedes Modell, das P_1, \dots, P_n wahr macht, auch F wahr macht. $P_1, \dots, P_n \models F$
 - ▶ Folgerung ist ein *semantischer* Begriff: basiert auf der Wahrheit von Formeln in Modellen/Variablenbelegungen.
- Eine Formel F ist aus P_1, \dots, P_n *beweisbar*, wenn sie Theorem eines Beweises ist mit den Axiomen P_1, \dots, P_n . $P_1, \dots, P_n \vdash F$
 - ▶ Beweisbarkeit ist ein *syntaktischer* Begriff: basiert auf der Manipulation von Formeln mit Beweisregeln.

Korrektheit und Vollständigkeit

- Ein System von Beweisregeln heißt *Kalkül*.
- Kalkül heißt *korrekt*, wenn jedes beweisbare Theorem auch tatsächlich aus den Axiomen folgt.
- Kalkül heißt *vollständig*, wenn jede Formeln, die logisch aus den Axiomen folgt, auch aus ihnen bewiesen werden kann.

$$\models \Leftrightarrow \vdash$$

Parsingschemata

- Idee (Shieber, Pereira, Schabes 94):
 - ▶ Parser als System von Beweisregeln hinschreiben.
 - ▶ Parser \approx Kalkül
 - ▶ Grammatikalität \approx Wahrheit
 - ▶ Ableitbarkeit \approx Beweisbarkeit
- Vorteile:
 - ▶ Unterschiede zwischen Algorithmen übersichtlich.
 - ▶ Laufzeit ist aus Schema direkt ablesbar.
 - ▶ Einheitliche Rezepte für Korrektheitsbeweise.

Parsing-Items

- In einer Parse-Chart sammeln wir *Items*:
 - ▶ CKY: $[A, i, k]$
 - ▶ Earley: $[i, A \rightarrow \alpha \bullet \beta, k]$
- Items machen *Aussagen* über den String:
 - ▶ $[A, i, k]$ bedeutet: $A \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1}$
 - ▶ $[i, A \rightarrow \alpha \bullet \beta, k]$ bedeutet (unter anderem):
 $A \Rightarrow \alpha \beta \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1} \beta$
- Aufgabe des Parsers: alle wahren Items berechnen.

Parsingschema

- Ein Parsingschema besteht aus:
 - ▶ einer Spezifikation der möglichen *Items* (\approx Formeln)
 - ▶ *Beweisregeln*, die aussagen, wie man Items aus anderen Items ableiten darf
 - ▶ für jede Eingabe: eine endliche Menge von *Start-Items*, mit denen die Berechnung anfängt (\approx Axiome)
 - ▶ für jede Eingabe: eine endliche Menge von *Ziel-Items* (\approx Theoreme)
- Parser behauptet $S \Rightarrow^* w$ gdw. man für w aus den Start-Items ein Ziel-Item ableiten kann.

Der CKY-Parser als Schema

- Items des CKY-Parser: $[A, i, k]$
 - ▶ Bedeutung: $A \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1}$
- Start-Items: alle Items $[A, i, i+1]$, für die $A \rightarrow w_i$ Produktionsregel ist
- Ziel-Item: $[S, 1, n+1]$
 - ▶ denn das bedeutet gerade $S \Rightarrow^* w_1 \dots w_n$

Der CKY-Parser als Schema

$$\frac{[i, B, j] \quad [j, C, k] \quad A \rightarrow B C \text{ ist Regel}}{[i, A, k]}$$

CKY-Schema: Berechnung

$S \rightarrow NP VP$

$V \rightarrow \text{isst}$

$\text{Det} \rightarrow \text{ein}$

$NP \rightarrow \text{Det } N$

$NP \rightarrow \text{Hans}$

$N \rightarrow \text{Käse}$

$VP \rightarrow V NP$

$[i, B, j] \quad [j, C, k] \quad A \rightarrow B C \text{ ist Regel}$

$[i, A, k]$

CKY-Schema: Berechnung

$S \rightarrow NP VP$

$V \rightarrow \text{isst}$

$\text{Det} \rightarrow \text{ein}$

$NP \rightarrow \text{Det } N$

$NP \rightarrow \text{Hans}$

$N \rightarrow \text{Käse}$

$VP \rightarrow V NP$

[3, Det, 4]

[4, N, 5]

[2, V, 3]

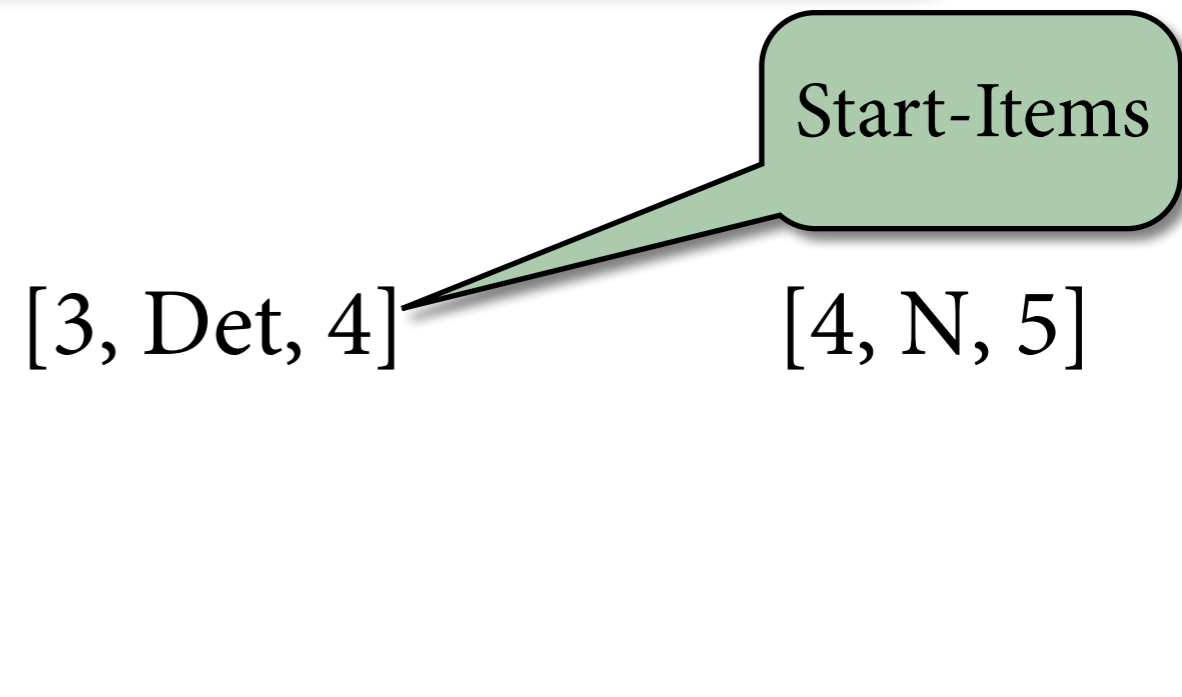
[1, NP, 2]

$[i, B, j] \quad [j, C, k] \quad A \rightarrow B C \text{ ist Regel}$

$[i, A, k]$

CKY-Schema: Berechnung

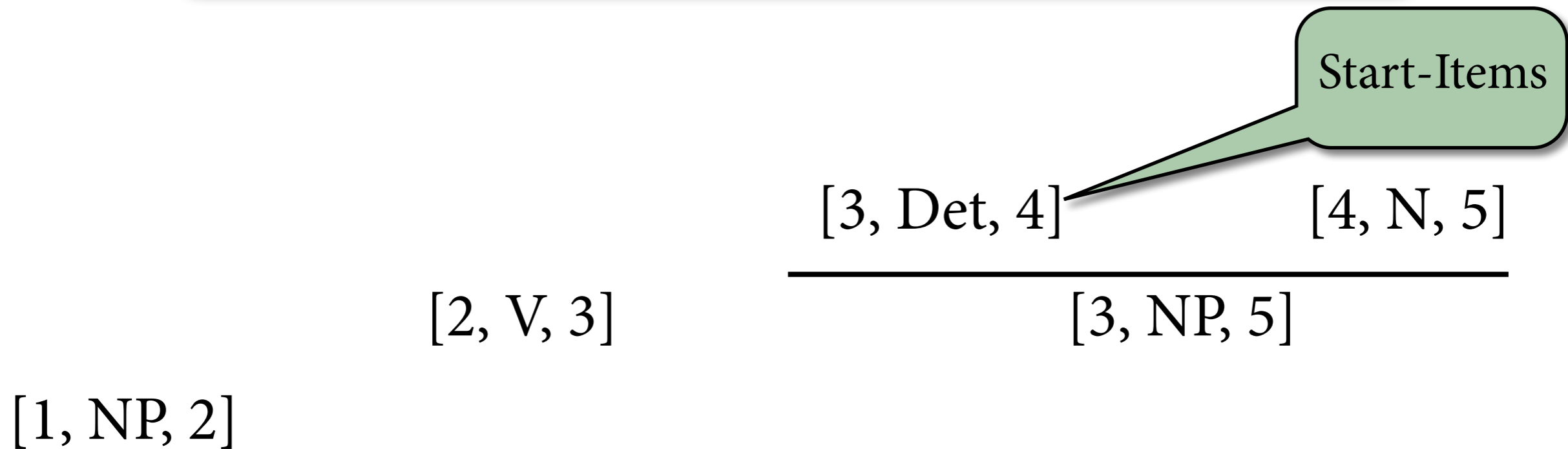
$S \rightarrow NP VP$	$V \rightarrow \text{isst}$	$\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
$NP \rightarrow \text{Det } N$	$NP \rightarrow \text{Hans}$	$N \rightarrow \text{Käse}$
$VP \rightarrow V NP$		$N \rightarrow \text{brot}$



$[i, B, j]$	$[j, C, k]$	$A \rightarrow B C$ ist Regel
<hr/>		
$[i, A, k]$		

CKY-Schema: Berechnung

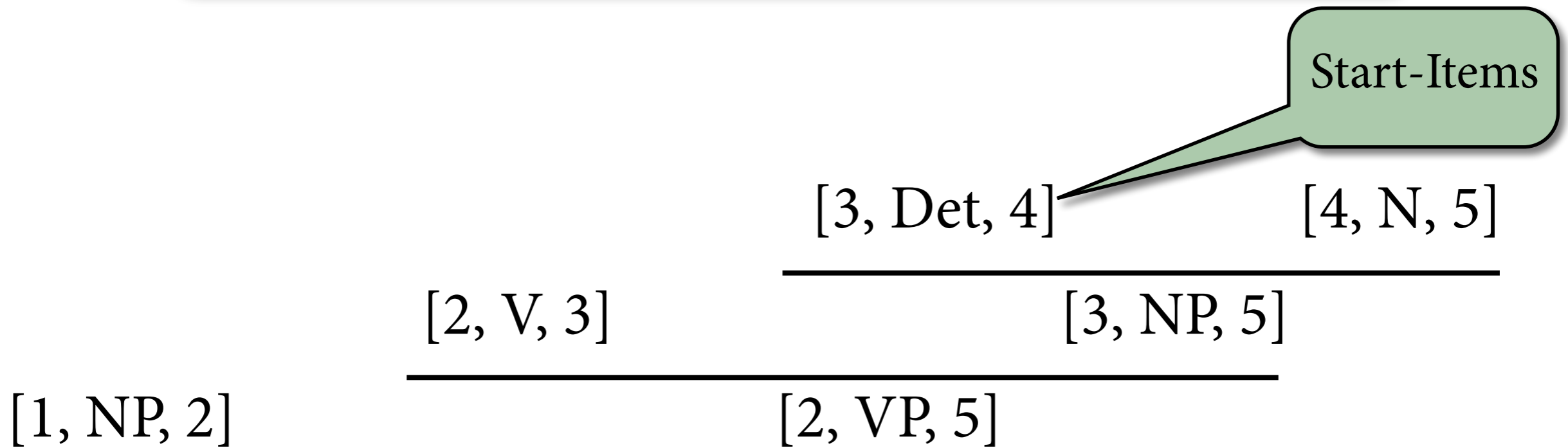
$S \rightarrow NP VP$	$V \rightarrow \text{isst}$	$\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
$NP \rightarrow \text{Det } N$	$NP \rightarrow \text{Hans}$	$N \rightarrow \text{Käse}$
$VP \rightarrow V NP$		$N \rightarrow \text{brot}$



$[i, B, j]$	$[j, C, k]$	$A \rightarrow B C$ ist Regel
<hr/>		
$[i, A, k]$		

CKY-Schema: Berechnung

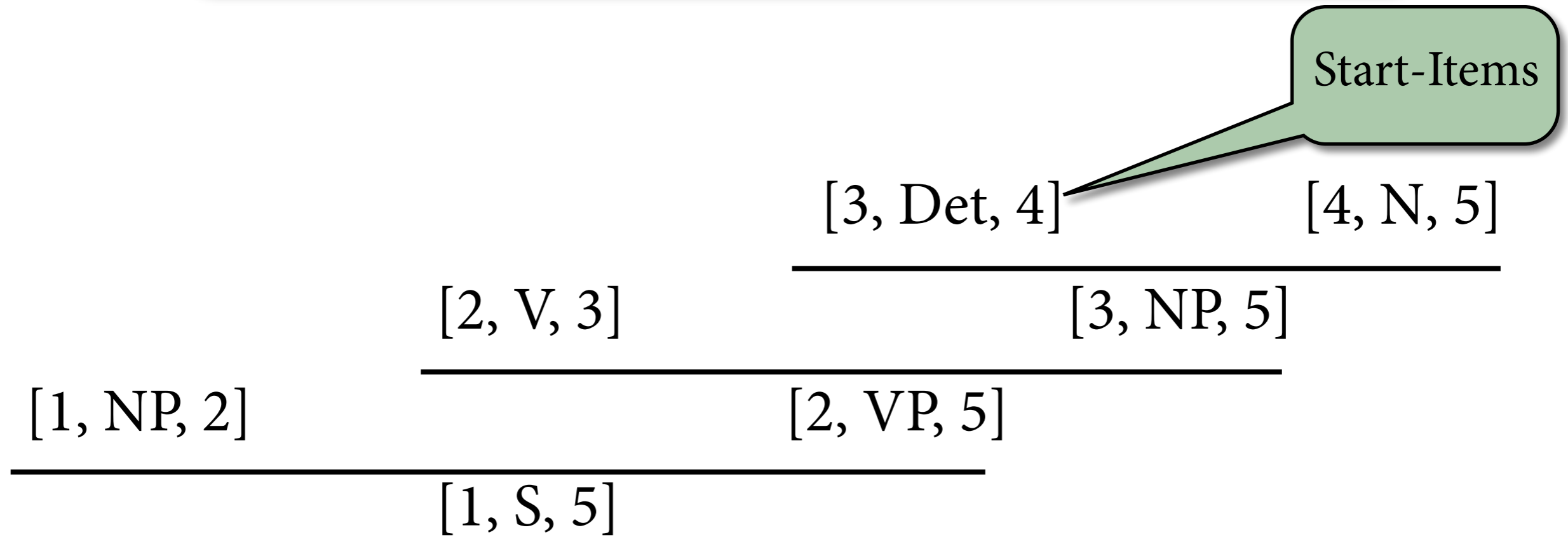
$S \rightarrow NP VP$	$V \rightarrow \text{isst}$	$\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
$NP \rightarrow \text{Det } N$	$NP \rightarrow \text{Hans}$	$N \rightarrow \text{Käse}$
$VP \rightarrow V NP$		$N \rightarrow \text{Brot}$



$[i, B, j]$	$[j, C, k]$	$A \rightarrow B C$ ist Regel
<hr/>		
$[i, A, k]$		

CKY-Schema: Berechnung

$S \rightarrow NP VP$	$V \rightarrow \text{isst}$	$\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
$NP \rightarrow \text{Det } N$	$NP \rightarrow \text{Hans}$	$N \rightarrow \text{Käse}$
$VP \rightarrow V NP$		$N \rightarrow \text{brot}$



$[i, B, j]$	$[j, C, k]$	$A \rightarrow B C$ ist Regel
<hr/>		
$[i, A, k]$		

Earley-Parser als Schema

- Items des Earley-Parsers: $[i, A \rightarrow \alpha \bullet \beta, k]$
- Ein Item macht zwei Aussagen:
 - ▶ $A \Rightarrow \alpha \beta \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1} \beta$ (bottom-up)
 - ▶ $S \Rightarrow^* w_1 \dots w_{i-1} A \gamma$ für irgendein γ (top-down)
- Start-Items: $[1, S \rightarrow \bullet \gamma, 1]$ für alle Regeln $S \rightarrow \gamma$
- Ziel-Items: alle $[1, S \rightarrow \gamma \bullet, n+1]$

Earley-Parser als Schema

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \text{ Predict}$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \text{ Scan}$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \text{ Complete}$$

Schema für Shift-Reduce

- Items sind Paare $[i, s]$ aus Eingabeposition und Stack.
 - ▶ $[i, s]$ bedeutet: $s w_i \dots w_n \Rightarrow^* w$
- Start-Item ist $[1, \varepsilon]$
- Ziel-Item ist $[n+1, S]$

Schema für Shift-Reduce

$$\frac{[i, s]}{[i+1, s \cdot w_i]} \text{ Shift}$$

$$\frac{[i, s \cdot \gamma] \quad A \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[i, s \cdot A]} \text{ Reduce}$$

Recursive Descent

- Recursive Descent passt nicht so gut ins Schema.
- Betrachten wir deshalb heute nicht.

Implementierung von Schemata

- Grundidee:
 - ▶ *Chart* enthält alle bisher abgeleiteten Items
 - ▶ *Agenda* ist Queue mit allen Items, die wir noch nicht als Prämisse einer Regel verwendet haben.
- Algorithmus:
 - ▶ Initialisiere Chart und Agenda mit Start-Items
 - ▶ So lange Agenda nicht leer:
 - nimm ein Item x von Agenda
 - wende alle Regeln auf x und Items in Chart an
 - füge bisher ungesehene Items zu Chart und Agenda hinzu
 - ▶ Teste, ob Chart ein Ziel-Item enthält.

Laufzeit

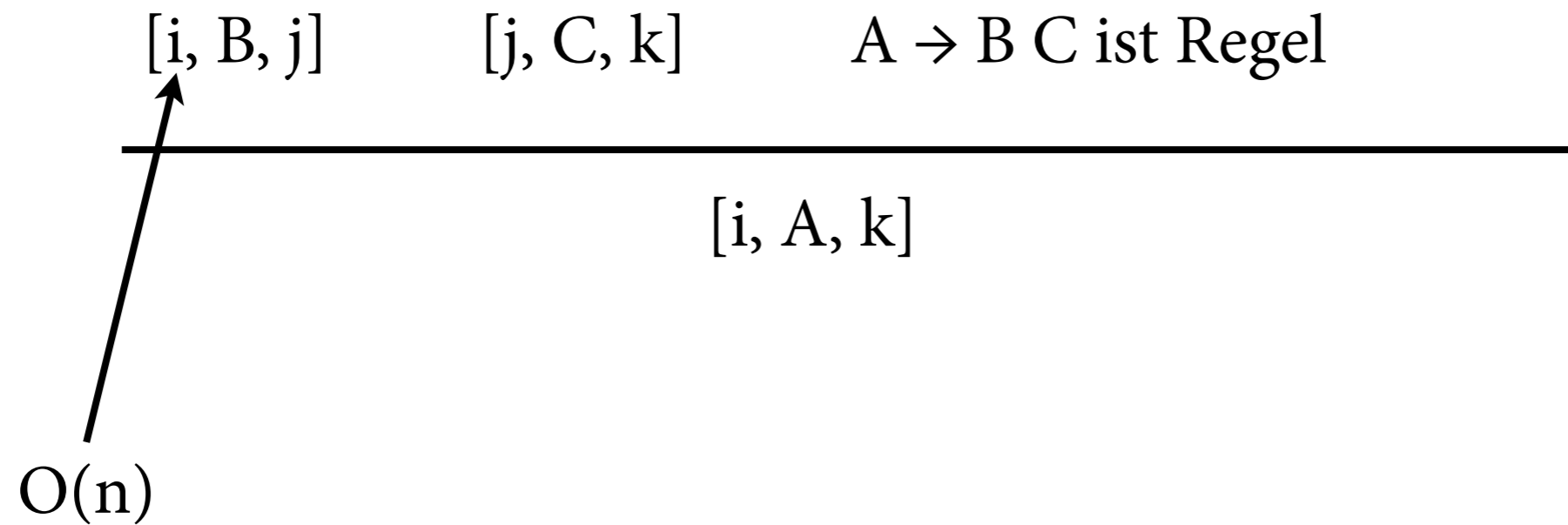
- Optimale Implementierung eines Schemas schaut jede Instanz jeder Regel höchstens einmal an.
- Also Laufzeit = Anzahl der Regelinstanzen.
- Laufzeit direkt aus Regeln ablesbar:
 - ▶ $O(n)$ Möglichkeiten für jede Variable über Stringposition
- Vorsicht: Optimales Implementieren von Schemata nicht immer trivial.

Laufzeit von CKY

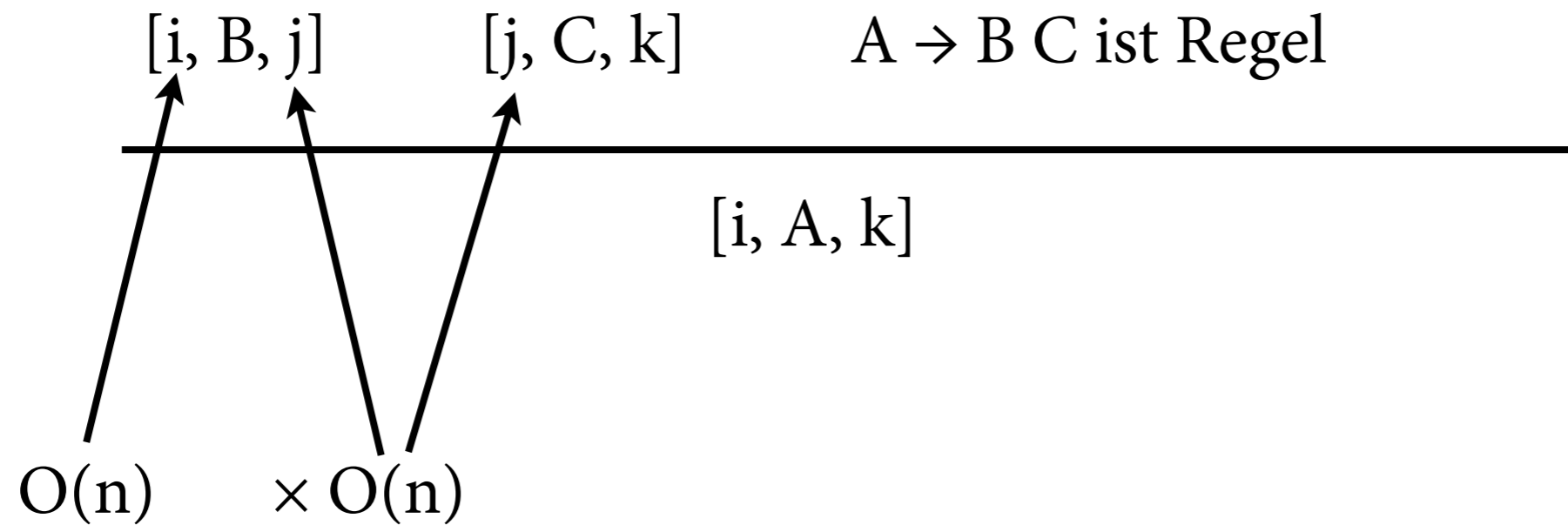
$[i, B, j]$ $[j, C, k]$ $A \rightarrow B C$ ist Regel

$[i, A, k]$

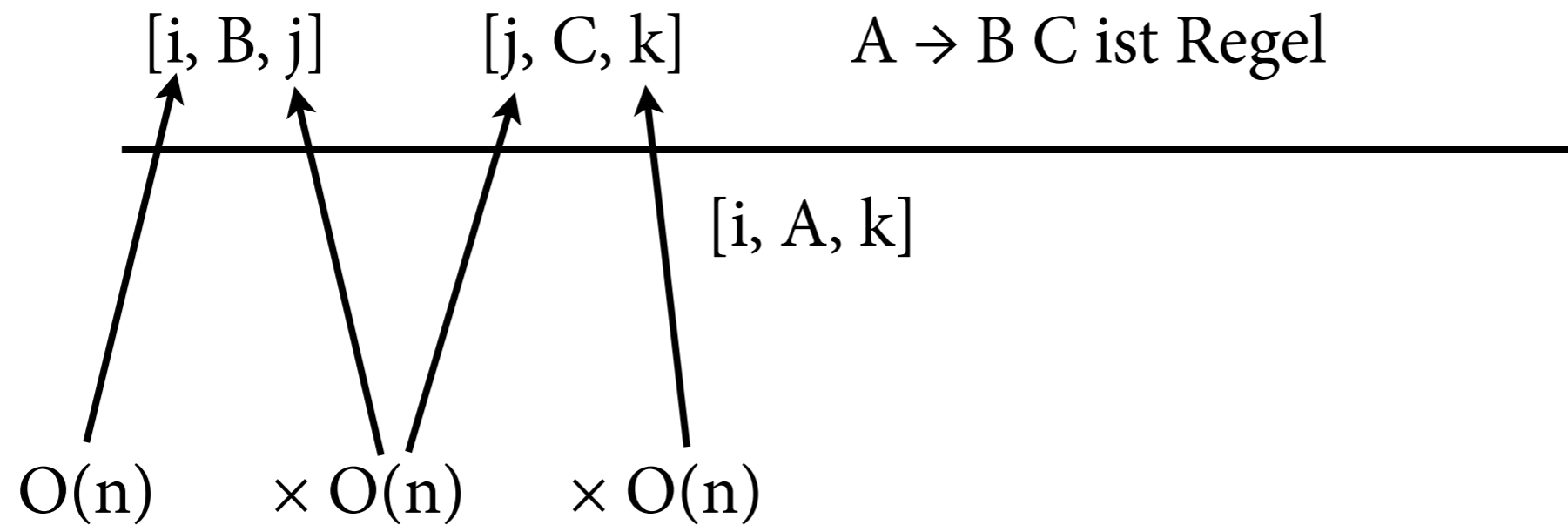
Laufzeit von CKY



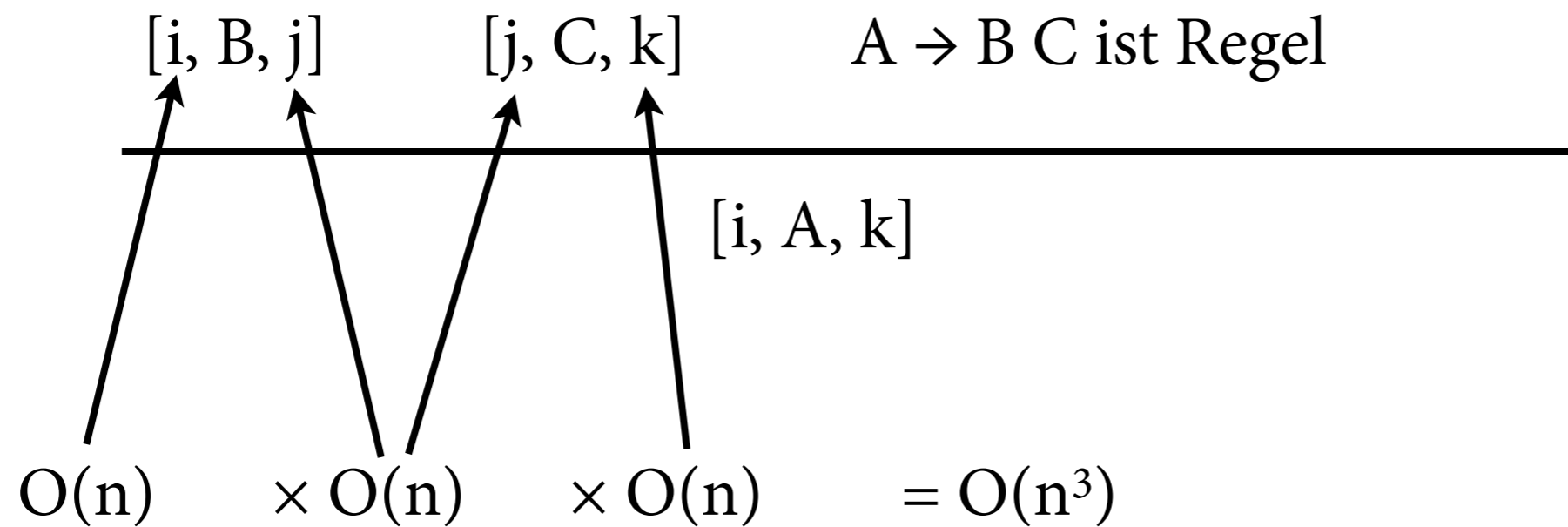
Laufzeit von CKY



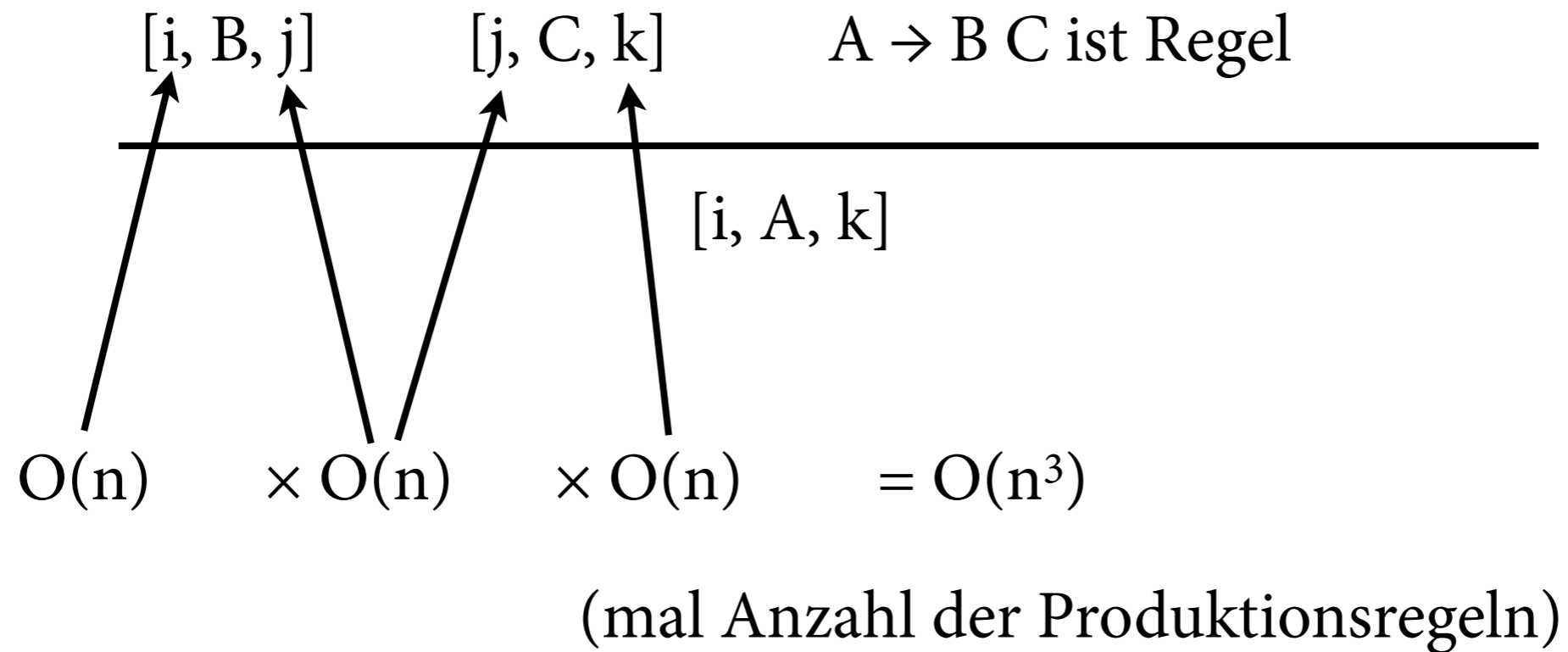
Laufzeit von CKY



Laufzeit von CKY



Laufzeit von CKY



Laufzeit von Earley

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \text{ Predict}$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \text{ Scan}$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \text{ Complete}$$

Laufzeit von Earley

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad \text{Predict} \quad O(n^2)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad \text{Scan}$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad \text{Complete}$$

Laufzeit von Earley

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad \text{Predict} \quad O(n^2)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad \text{Scan} \quad O(n^2)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad \text{Complete}$$

Laufzeit von Earley

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad \text{Predict} \quad O(n^2)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad \text{Scan} \quad O(n^2)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad \text{Complete} \quad O(n^3)$$

Laufzeit von Earley

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad \text{Predict} \quad O(n^2)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad \text{Scan} \quad O(n^2)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad \text{Complete} \quad O(n^3)$$

Laufzeit: $O(n^2) + O(n^2) + O(n^3) = O(n^3)$

Korrektheit und Vollständigkeit

- Erkennen behauptet “ $w \in L(G)$ ” gdw. ein Ziel-Item ableitbar ist. Hat er recht?
- Wir müssen für jeden Algorithmus zeigen:
 - ▶ *Korrektheit*: Erkennen leitet Ziel-Items nur ab, wenn $w \in L(G)$.
 - ▶ *Vollständigkeit*: Wenn $w \in L(G)$, dann leitet Erkennen auch ein Ziel-Item ab.

Rezept für Korrektheit

- Mit Schemata kann man besonders einfach Korrektheit von Parsing-Algorithmen beweisen.
- Induktion über # Anwendung von Beweisregeln:
 - ▶ Anfang: zeige, dass alle Start-Items wahr sind
 - ▶ Schritt: zeige, dass jede Regel aus wahren Items nur wahre Items ableiten kann
 - ▶ Zeige, dass aus der Aussage jedes Ziel-Items $S \Rightarrow^* w$ folgt (normalerweise trivial).

Korrektheit von CKY

- Aussage von $[A, i, k]$: $A \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1}$
- Zeige, dass alle Start-Items wahr sind:
 - ▶ $[A, i, i+1]$ ist Start-Item, wenn $A \rightarrow w_i$ Regel, also sind sie alle wahr.
- Zeige, dass aus Ziel-Items $S \Rightarrow^* w$ folgt:
 - ▶ einziges Ziel-Item ist $[S, 1, n+1]$;
seine Aussage ist $S \Rightarrow^* w_1 \dots w_n = w$.

Korrektheit von CKY: Regeln

- Zeige, dass alle Regeln Wahrheit von Items erhalten:
 - ▶ es gibt nur eine Regel (siehe unten)
 - ▶ angenommen, Prämissen sind wahr,
d.h. $B \Rightarrow^* w_i \dots w_{j-1}$ und $C \Rightarrow^* w_j \dots w_{k-1}$
 - ▶ dann gilt $A \Rightarrow B C \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1}$,
d.h. $[A, i, k]$ ist wahr.

$$\frac{[i, B, j] \quad [j, C, k] \quad A \rightarrow B C \text{ ist Regel}}{[i, A, k]}$$

Vollständigkeit

- Entspricht Induktion über “Größe” von Items (muss man definieren).
- Zeige:
 - ▶ wenn $S \Rightarrow^* w$, dann ist ein Ziel-Item wahr
 - ▶ alle wahren Items sind ableitbar
- Kochrezept:
 - ▶ alle kleinsten wahren Items sind ableitbar
 - ▶ wenn alle wahren Items von Größe $< n$ ableitbar sind, dann auch alle wahren Items von Größe n
 - ▶ alle wahren Items haben endliche Größe

CKY: Vollständigkeit

- Größe von $[A, i, k]$ ist $k-i$ (d.h. Breite).
- Alle kleinsten wahren Items (also die mit Breite 1) sind Start-Items.
- Alle wahren Items haben höchstens Größe n .

CKY: Vollständigkeit

- Angenommen:
 - ▶ $[A, i, k]$ ist ein wahres Item (von Breite $k-i$)
 - ▶ Wir haben alle wahren Items von Größe 1 bis $k-i-1$ schon berechnet.
- Weil $[A, i, k]$ wahr ist, gibt es B, C mit $A \Rightarrow B C \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1}$.
 - ▶ $B \Rightarrow^* w_i \dots w_{j-1}$ und $C \Rightarrow^* w_j \dots w_{k-1}$ für irgendein $i < j < k$
 - ▶ $[B, i, j]$ und $[C, j, k]$ sind wahre Items mit Größe $< k-i$
 - ▶ Also ist $[A, i, k]$ ableitbar.

Korrektheit von Earley

- Item $[i, A \rightarrow \alpha \bullet \beta, k]$ macht zwei Aussagen:
 - ▶ $A \Rightarrow \alpha \beta \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1} \beta$ (bottom-up)
 - ▶ top-down-Aussage für Korrektheit nicht nötig
- Zeige, dass alle Start-Items wahr sind:
 - ▶ Start-Items sind von Form $[1, S \rightarrow \bullet \gamma, 1]$
 - ▶ $S \Rightarrow \gamma \Rightarrow^* \gamma$ (in null Schritten)
- Zeige, dass aus Aussage von Ziel-Items $w \in L(G)$ folgt:
 - ▶ Ziel-Items sind von der Form $[1, S \rightarrow \gamma \bullet, n+1]$
 - ▶ Aussage ist $S \Rightarrow \gamma \Rightarrow^* w_1 \dots w_n$

Korrektheit von Earley: Regeln

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \text{ Predict}$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \text{ Scan}$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \text{ Complete}$$

Earley: Vollständigkeit

- Passt nicht richtig ins Rezept, weil man gleichzeitig top-down und bottom-up argumentieren muss.
- Idee:
 - ▶ Induktionsanfang: alle wahren Items der Form $[A \rightarrow \bullet \gamma]$ werden abgeleitet (aus Predict)
 - ▶ Induktionsschritt: wenn alle kleineren wahren Items abgeleitet werden, dann auch alle wahren $[A \rightarrow \alpha \bullet \beta]$ (aus Scan oder Complete, je nach letztem Zeichen in α).

Zusammenfassung

- Parsingschemata: Beweisregeln für Parsing-Items.
- Allgemeiner Ansatz, um Chartparsing-Algorithmen aufzuschreiben.
 - ▶ Vergleichbarkeit von Parsern
 - ▶ Laufzeit direkt ablesbar
 - ▶ Einheitliche Rezepte für Korrektheitsbeweise