

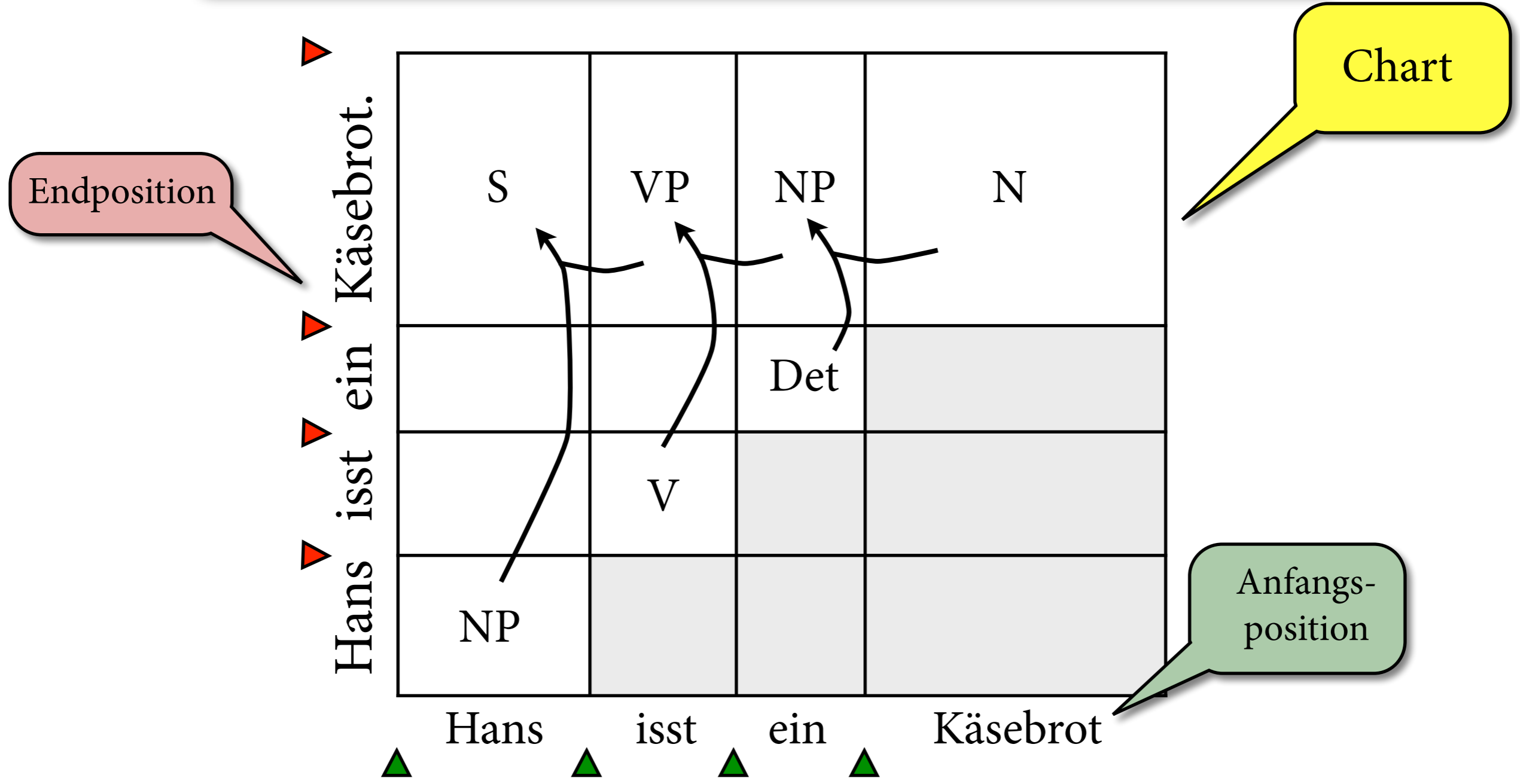
Der Earley-Parser

Vorlesung “Computerlinguistische Techniken”
Alexander Koller

03. November 2015

Der CKY-Parser

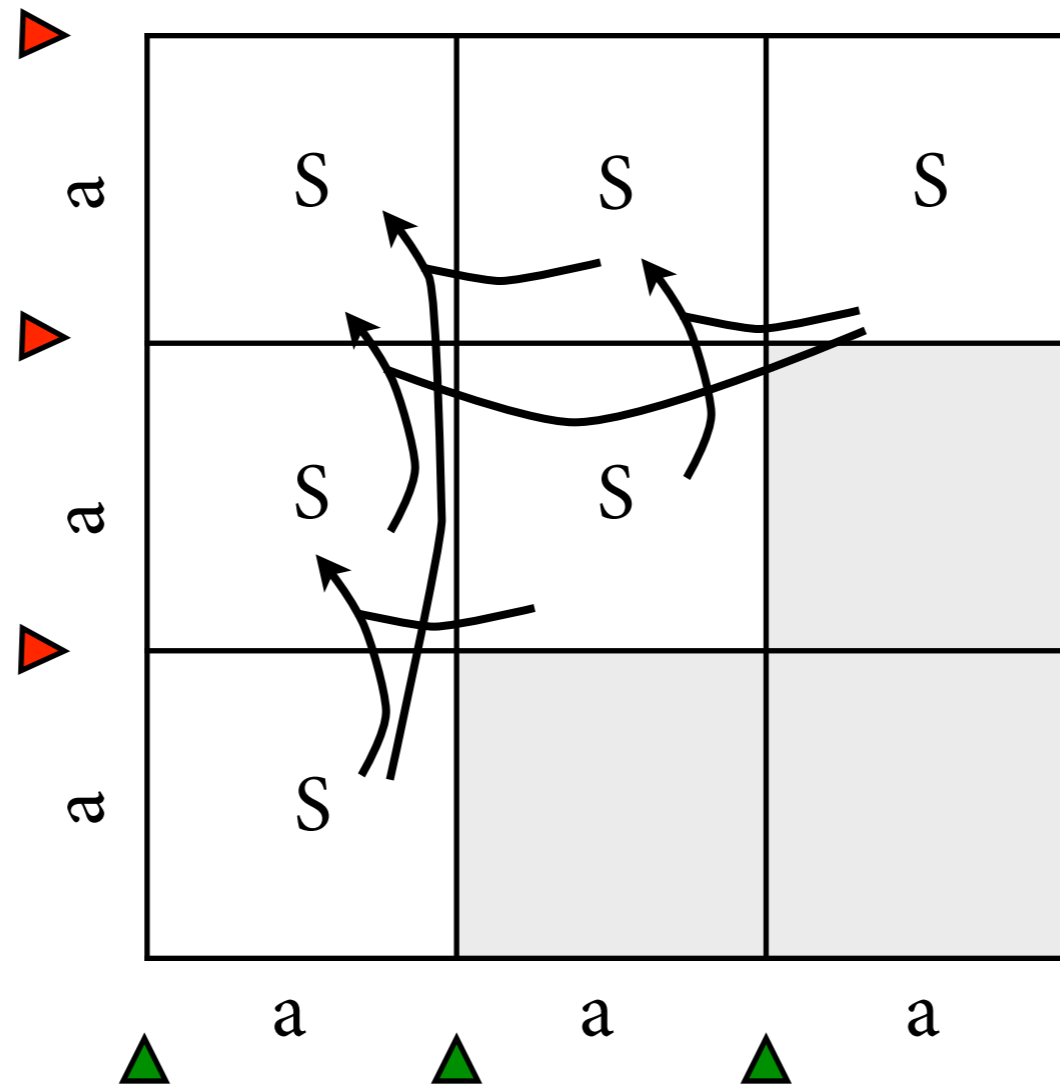
$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$



Der CKY-Parser

$S \rightarrow SS$

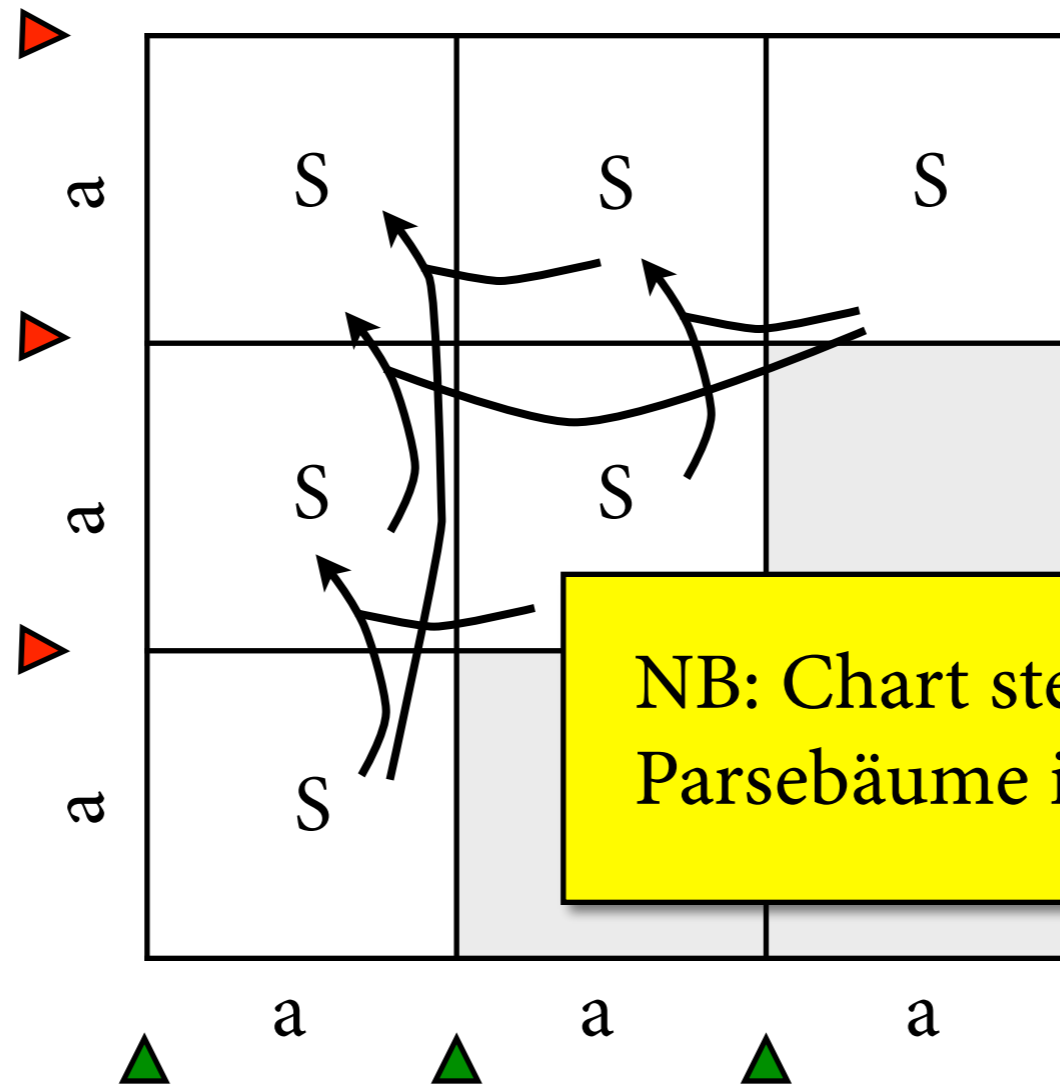
$S \rightarrow a$



Der CKY-Parser

$S \rightarrow SS$

$S \rightarrow a$



NB: Chart stellt exponentiell viele Parsebäume in kubischem Platz dar!

Nicht-binäre Grammatiken

- CKY-Algorithmus verlangt, dass Grammatiken in CNF vorliegen.
 - ▶ insbesondere: Regeln sind alle binär
- Ist das wichtig? Was würde passieren, wenn man CKY mit längeren rechten Seiten verwenden würde?

Normaler CKY-Algorithmus

Datenstruktur: $Ch(i,k)$ enthält Menge aller Nichtterminale A mit $A \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1}$ (anfangs überall leer).

für alle i von 1 bis n :

 für alle Produktionen $A \rightarrow w_i$:

 füge A zu $Ch(i, i+1)$ hinzu

für alle b von 2 bis n :

 für alle i von 1 bis $n-b+1$:

 für alle k von 1 bis $b-1$:

 für alle $B \in Ch(i, i+k)$ und $C \in Ch(i+k, i+b)$:

 für alle Produktionen $A \rightarrow B C$:

 füge A zu $Ch(i, i+b)$ hinzu

CKY: nichtbinäre Version

für alle b von 2 bis n :

für alle i_1 von 1 bis $n-b+1$:

für alle Produktionen $A \rightarrow B_1 \dots B_r$:

$$i_{r+1} = i_1 + b$$

für alle i_2 mit $i_1 < i_2 < i_{r+1}$:

für alle i_3 mit $i_2 < i_3 < i_{r+1}$:

...

für alle i_r mit $i_{r-1} < i_r < i_{r+1}$:

wenn $B_j \in C(i_j, i_{j+1})$ für alle $1 \leq j \leq r$:

füge A zu $C(i, i+b)$ hinzu

CKY: nichtbinäre Version

Laufzeit?

für alle b von 2 bis n :

für alle i_1 von 1 bis $n-b+1$:

für alle Produktionen $A \rightarrow B_1 \dots B_r$:

$$i_{r+1} = i_1 + b$$

für alle i_2 mit $i_1 < i_2 < i_{r+1}$:

für alle i_3 mit $i_2 < i_3 < i_{r+1}$:

...

für alle i_r mit $i_{r-1} < i_r < i_{r+1}$:

wenn $B_j \in C(i_j, i_{j+1})$ für alle $1 \leq j \leq r$:

füge A zu $C(i, i+b)$ hinzu

CKY: nichtbinäre Version

Laufzeit?

für alle b von 2 bis n :

für alle i_1 von 1 bis $n-b+1$:

für alle Produktionen $A \rightarrow B_1 \dots B_r$:

$$i_{r+1} = i_1 + b$$

für alle i_2 mit $i_1 < i_2 < i_{r+1}$:

für alle i_3 mit $i_2 < i_3 < i_{r+1}$:

...

für alle i_r mit $i_{r-1} < i_r < i_{r+1}$:

wenn $B_j \in C(i_j, i_{j+1})$ für alle $1 \leq j \leq r$:

füge A zu $C(i, i+b)$ hinzu

CKY: nichtbinäre Version

Laufzeit?

für alle b von 2 bis n :

für alle i_1 von 1 bis $n-b+1$:

für alle Produktionen $A \rightarrow B_1 \dots B_r$:

$$i_{r+1} = i_1 + b$$

für alle i_2 mit $i_1 < i_2 < i_{r+1}$:

für alle i_3 mit $i_2 < i_3 < i_{r+1}$:

...

für alle i_r mit $i_{r-1} < i_r < i_{r+1}$:

wenn $B_j \in C(i_j, i_{j+1})$ für alle $1 \leq j \leq r$:

füge A zu $C(i, i+b)$ hinzu

$O(n^{r+1})$!

Nichtbinärer CKY-Algorithmus

- CKY-Algorithmus versucht in jedem Schritt, r Konstituenten zu kombinieren; im worst-case $O(n^{r+1})$ Kombinationen.
 - ▶ Rang einer Regel = Länge der rechten Seite
 - ▶ $r = \text{Rang der Grammatik} = \max. \text{Rang der Regeln}$
- Wenn Grammatik in CNF ist, ist $r = 2$, Laufzeit wird dann $O(n^3)$.
- Geht es auch für beliebige Grammatiken in Zeit $O(n^3)$?

Chomsky-Normalform

- Eine kfG G heißt in *Chomsky-Normalform*, wenn sie nur zwei Typen von Regeln hat:
 - ▶ $A \rightarrow BC$, d.h. genau zwei Nichtterminale
 - ▶ $A \rightarrow a$, d.h. genau ein Terminalsymbol
- Für jede kfG G kann man eine kfG G' in CNF mit $L(G) = L(G')$ berechnen.
- Aber die Parsebäume von G und G' sind verschieden.

CNF: Schritt 1

- Zunächst kümmern wir uns um Auftreten von Terminalsymbolen.
- Für jede Regel der Form $A \rightarrow \alpha a \beta$:
 - ▶ führe neue Regel $A' \rightarrow a$ ein; A' ist neues NT-Symbol
 - ▶ führe neue Regel $A \rightarrow \alpha A' \beta$ ein
 - ▶ entferne $A \rightarrow \alpha a \beta$ aus der Grammatik
- Danach treten Terminale nur noch in Regeln der Form $A \rightarrow a$ auf.

CNF: Schritt 2

- Jetzt eliminieren wir Regeln von Rang > 2 .
- Für jede Regel der Form $A \rightarrow B_1 \dots B_n$, $n > 2$:
 - ▶ Entferne die Regel aus der Grammatik.
 - ▶ Führe $n-1$ neue Regeln ein:
 $A \rightarrow B_1 [A \rightarrow B_1 \bullet B_2 \dots B_n]$
 $[A \rightarrow B_1 \bullet B_2 \dots B_n] \rightarrow B_2 [A \rightarrow B_1 B_2 \bullet \dots B_n]$
...
 $[A \rightarrow B_1 \dots \bullet B_{n-1} B_n] \rightarrow B_{n-1} B_n$
- Danach haben alle Regeln Rang ≤ 2 .

CNF: Schritt 3

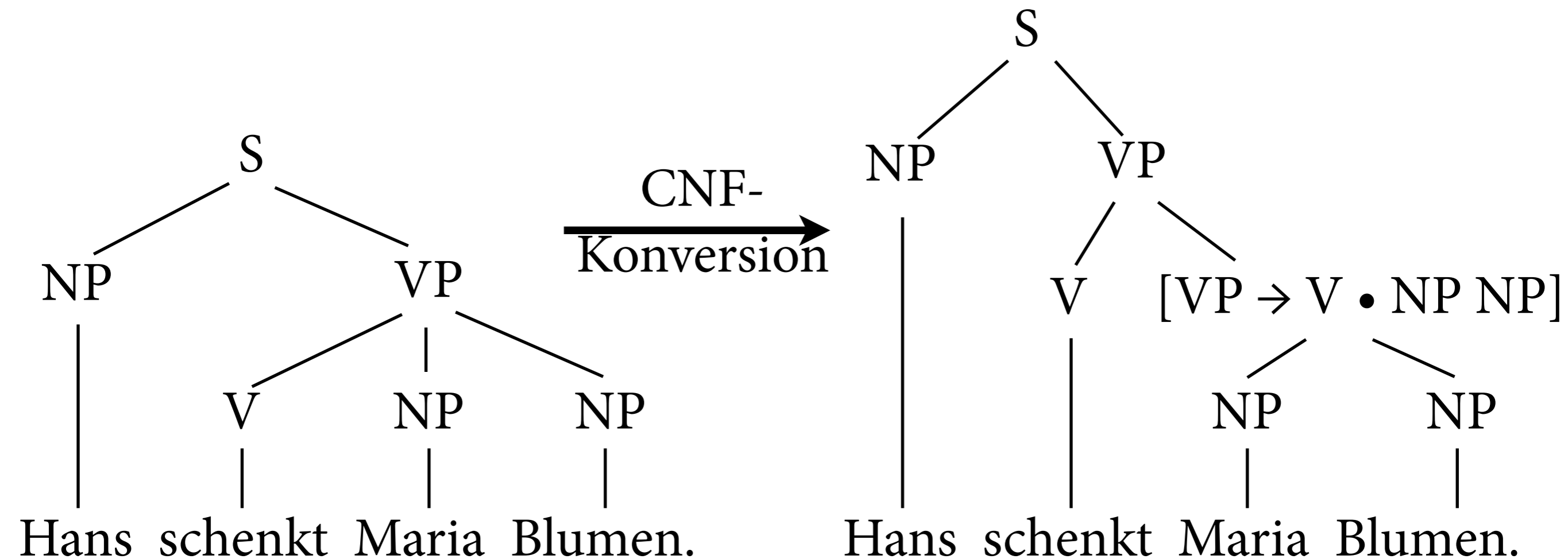
- Zuletzt eliminieren wir Kettenregeln, d.h. Regeln von der Form $A \rightarrow B$.
- Für Regeln $A \rightarrow \alpha B \beta$ und $B \rightarrow C$:
 - ▶ füge Regel $A \rightarrow \alpha C \beta$ hinzu
- Dann lösche alle Kettenregeln.
- Nun ist kfG in CNF. Sprache ist in jedem Schritt gleich geblieben.

Äquivalenz von kfGs

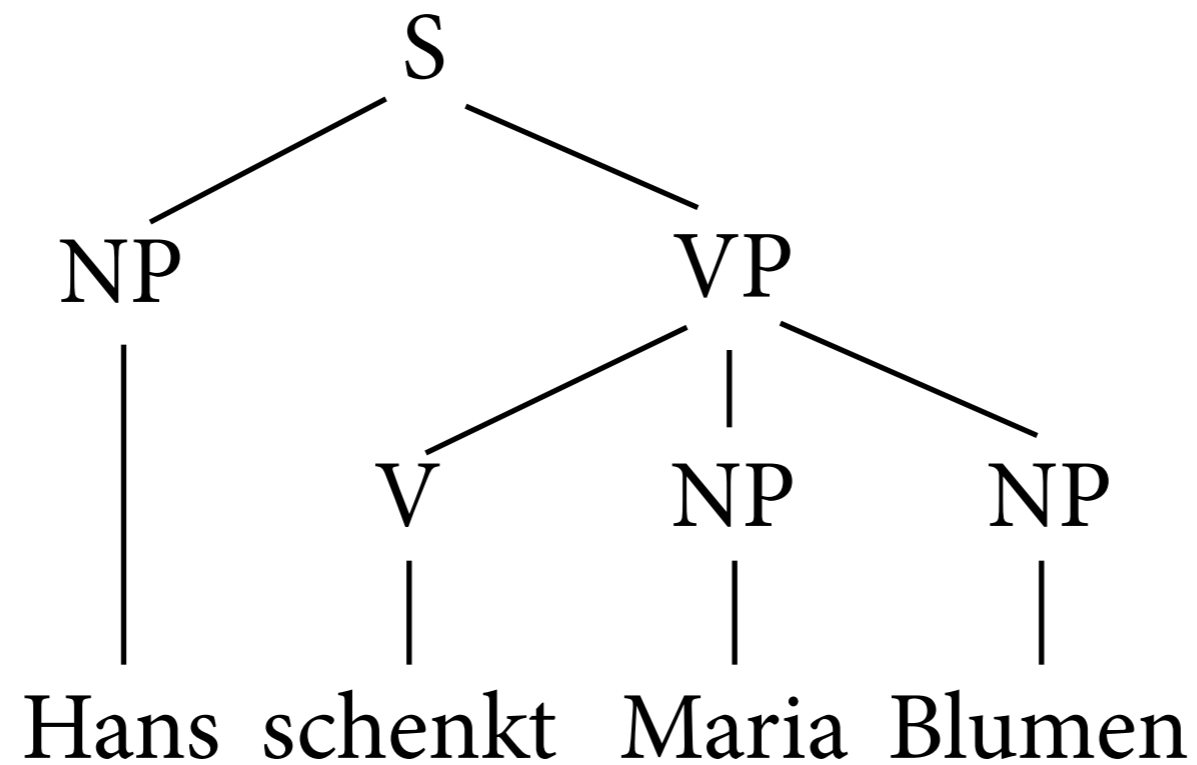
- Zwei kfGs G und G' heißen *schwach äquivalent*, wenn $L(G) = L(G')$.
 - ▶ d.h. Wortproblem von G und G' gleich
- Zwei kfGs G und G' heißen *stark äquivalent*, wenn sie jedem String die gleichen Parsebäume zuweisen.
 - ▶ d.h. Parsingproblem von G und G' gleich

CNF: Parsebäume

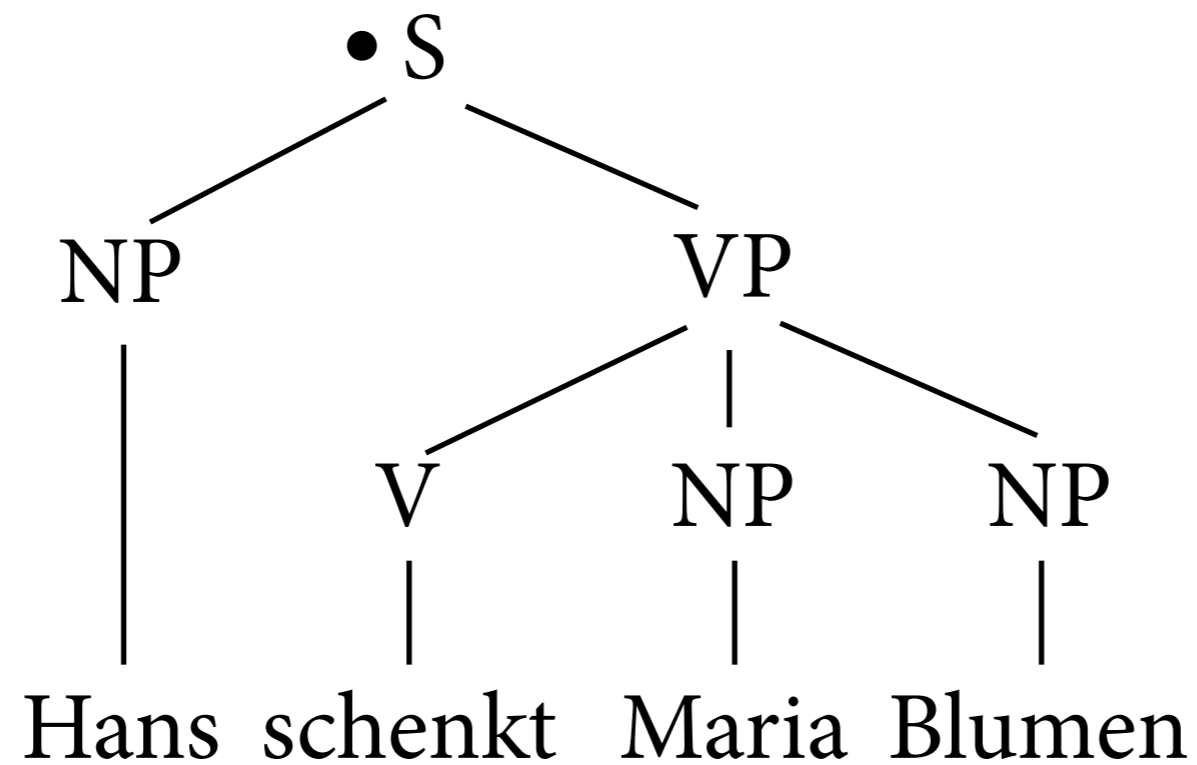
- CNF einer kfG ist schwach, aber nicht stark äquivalent.



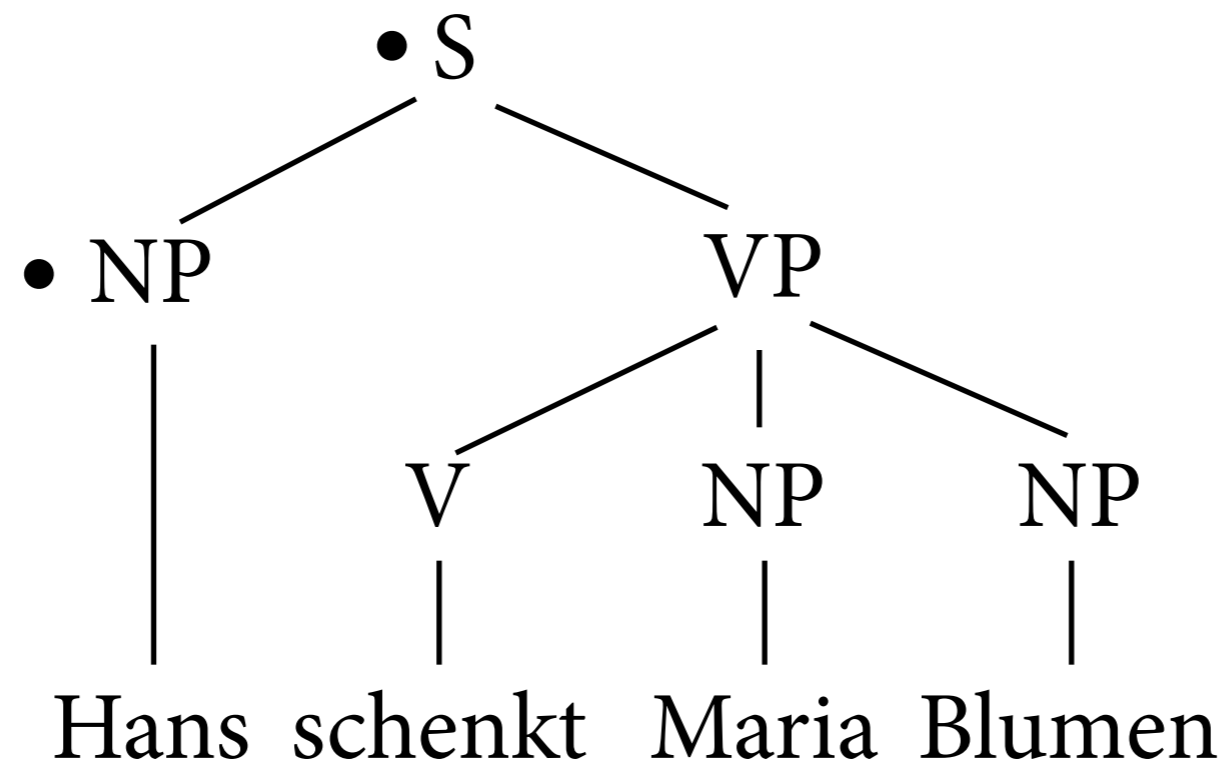
Parsebaum schrittweise bauen?



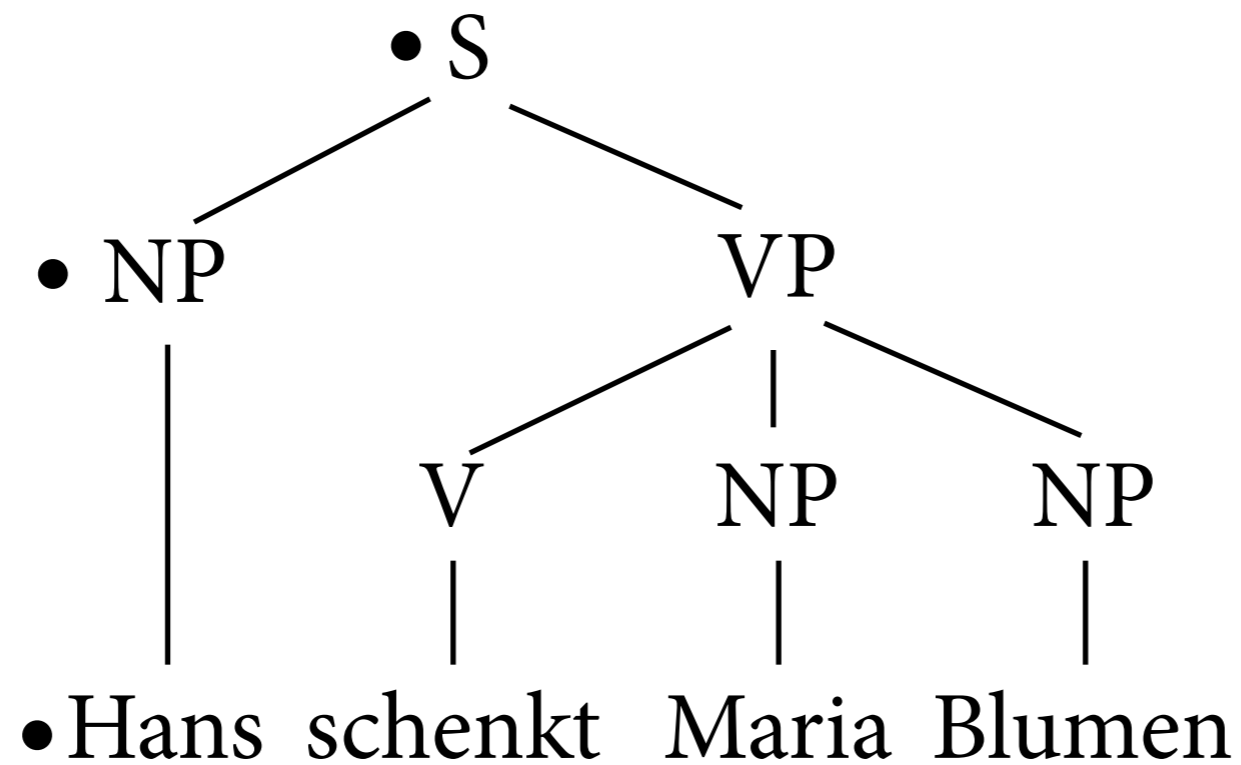
Parsebaum schrittweise bauen?



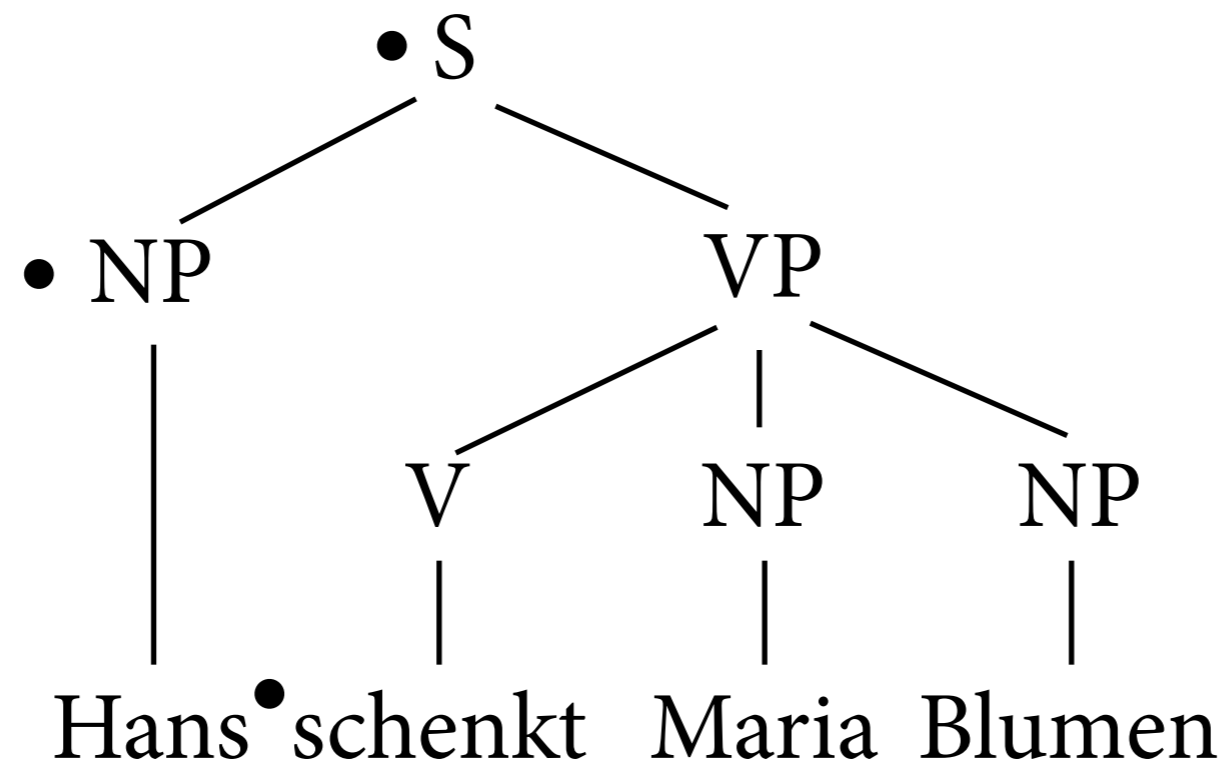
Parsebaum schrittweise bauen?



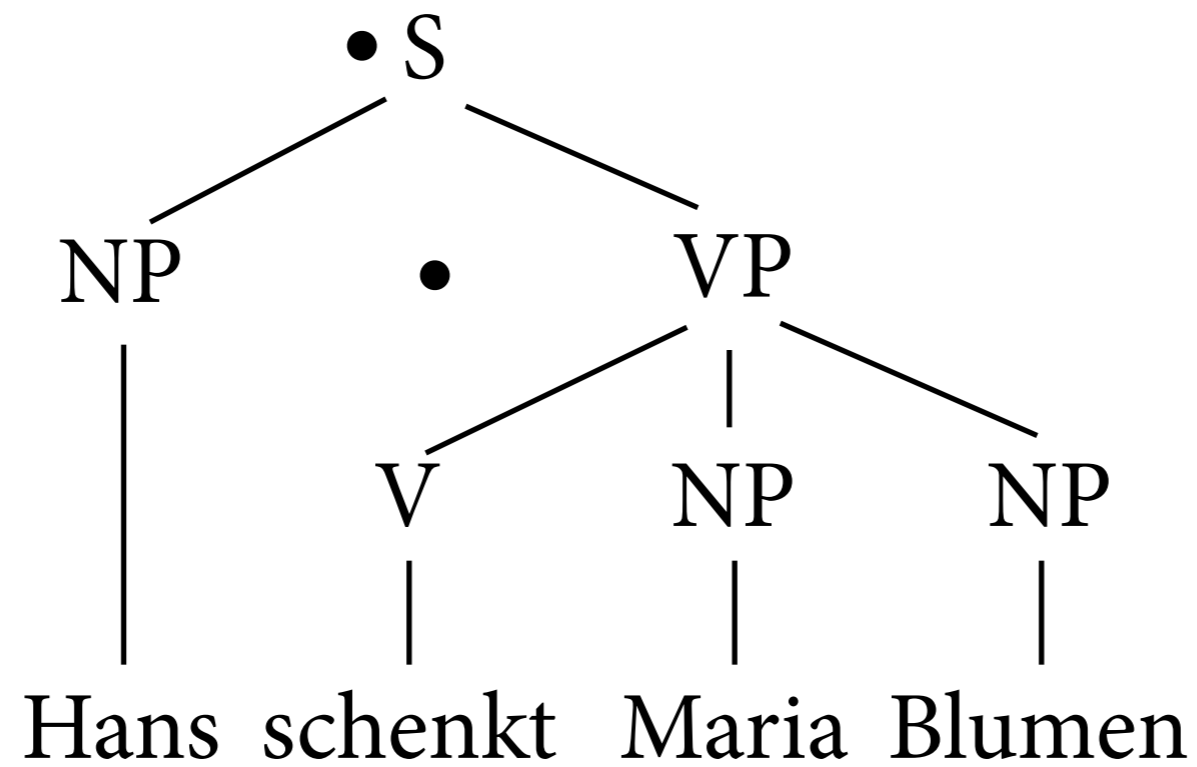
Parsebaum schrittweise bauen?



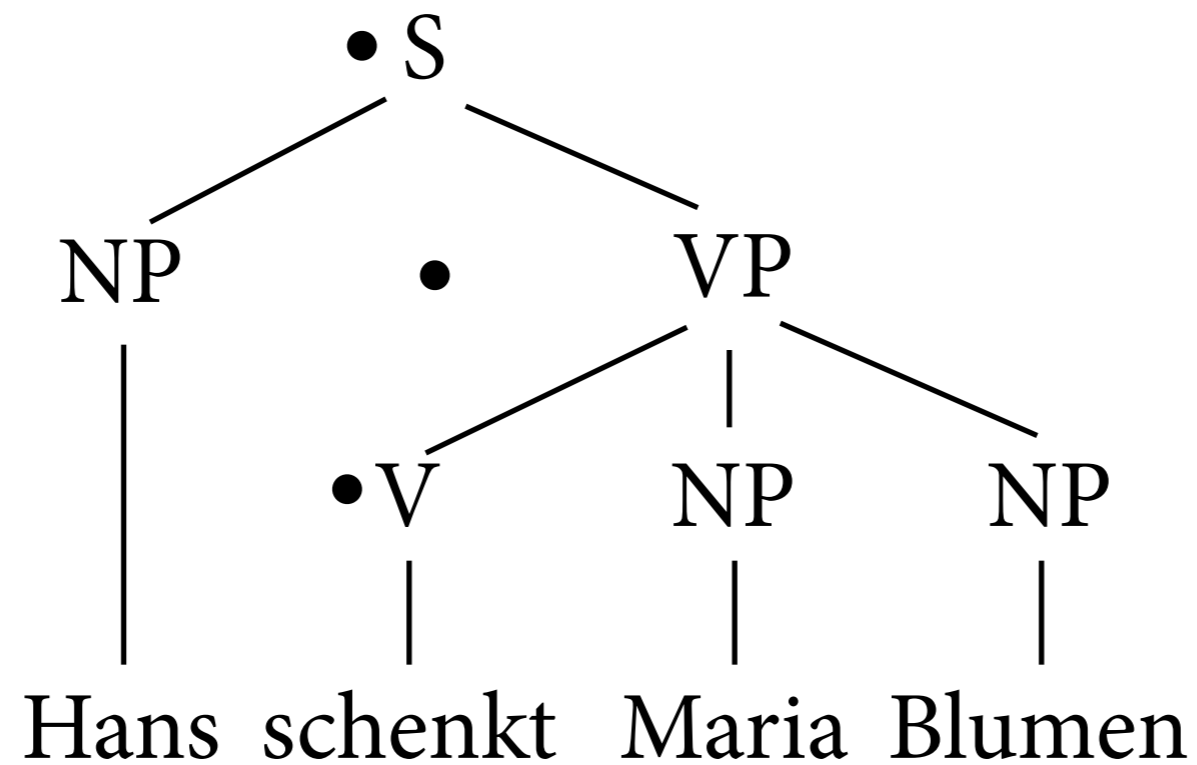
Parsebaum schrittweise bauen?



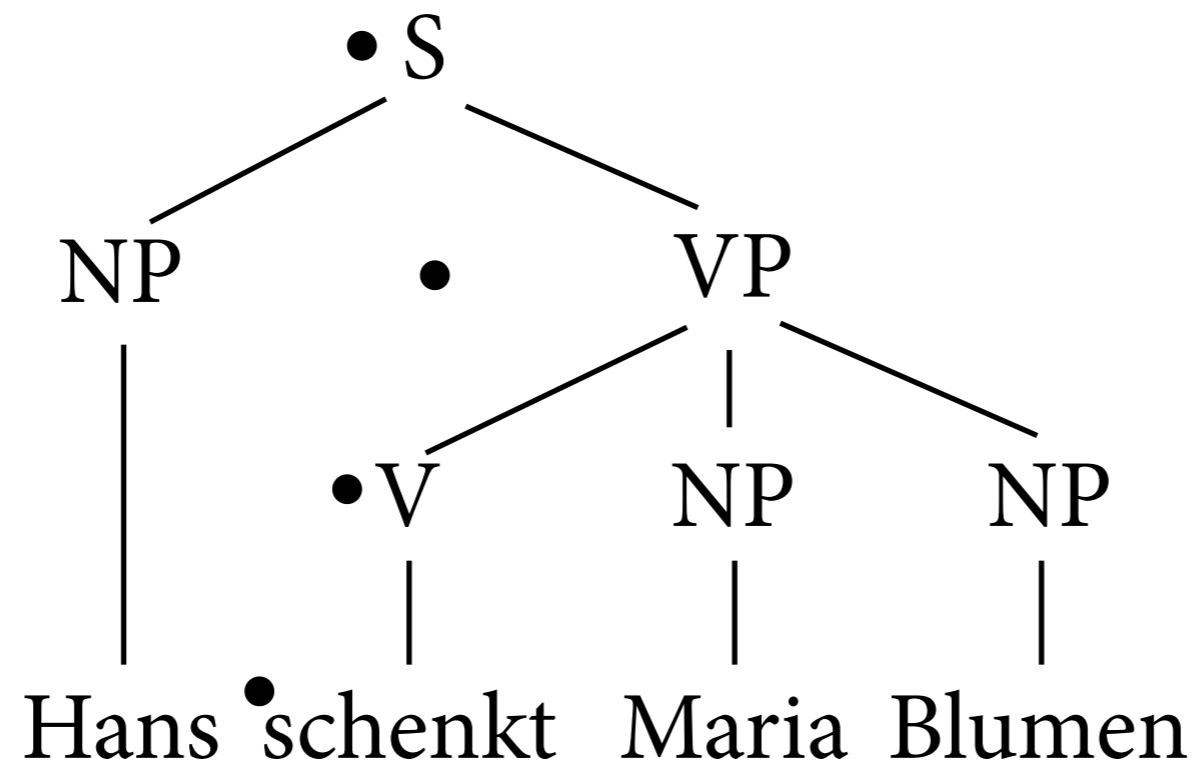
Parsebaum schrittweise bauen?



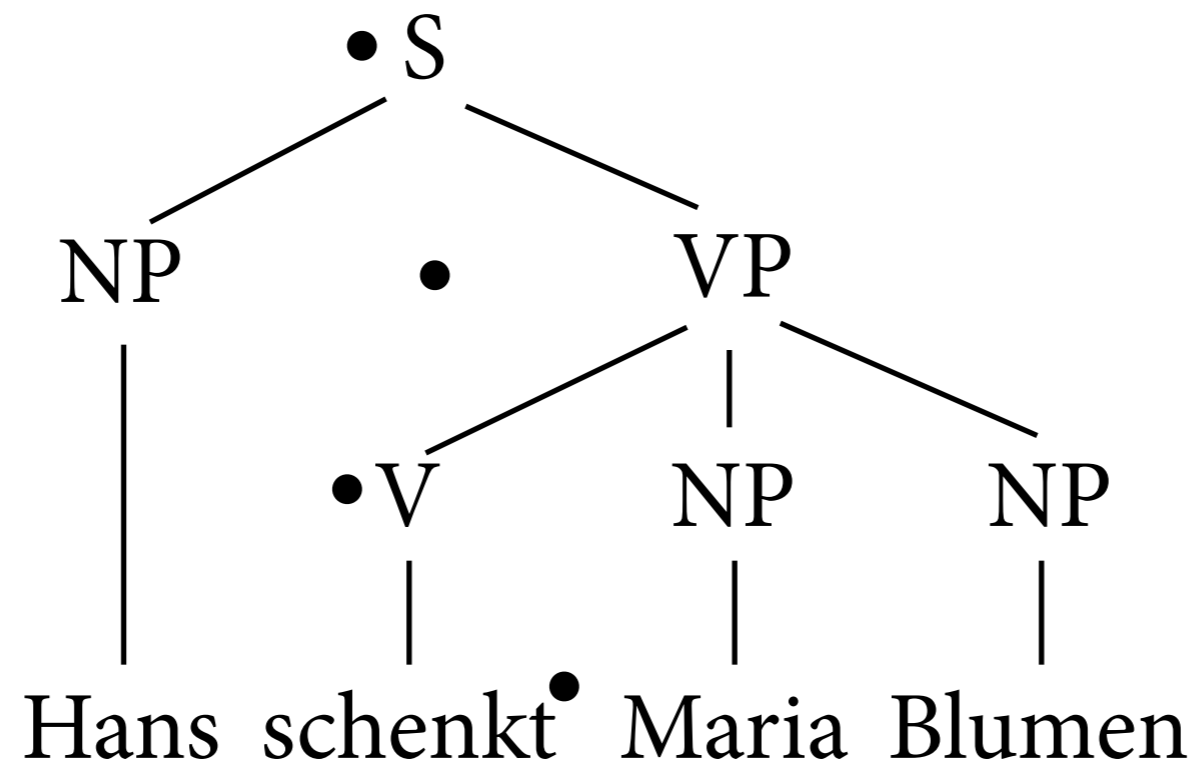
Parsebaum schrittweise bauen?



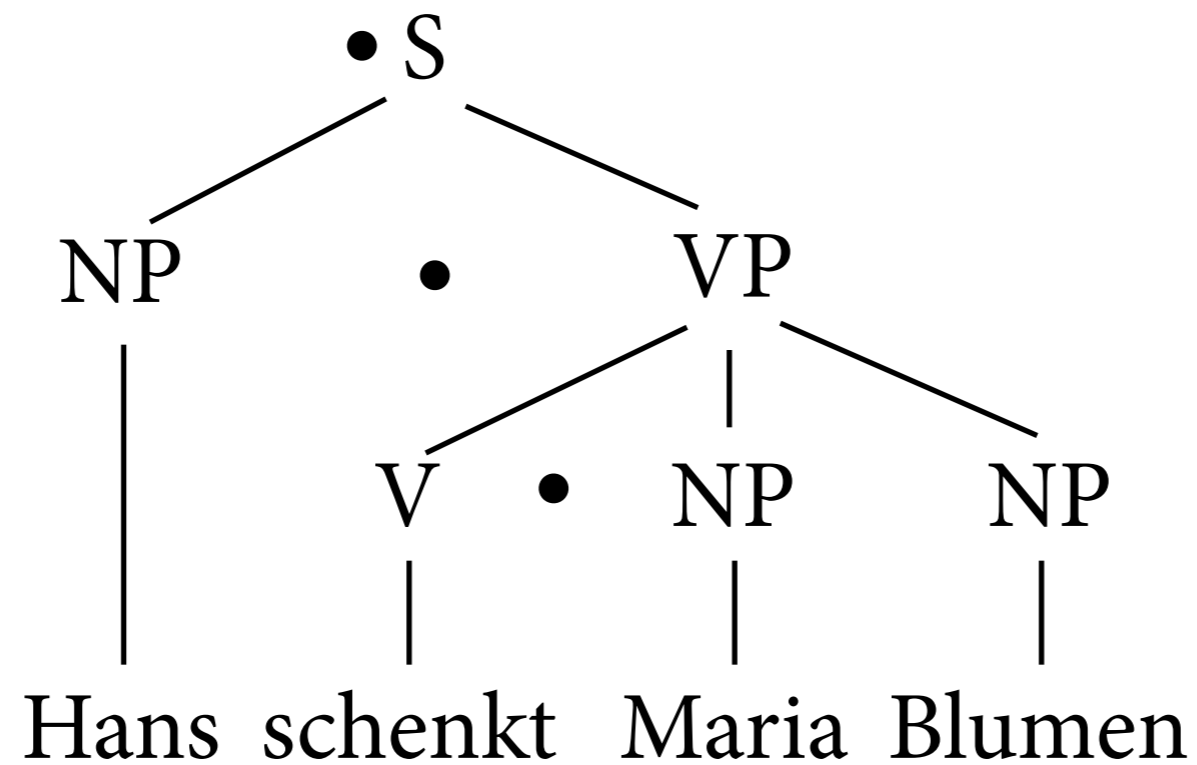
Parsebaum schrittweise bauen?



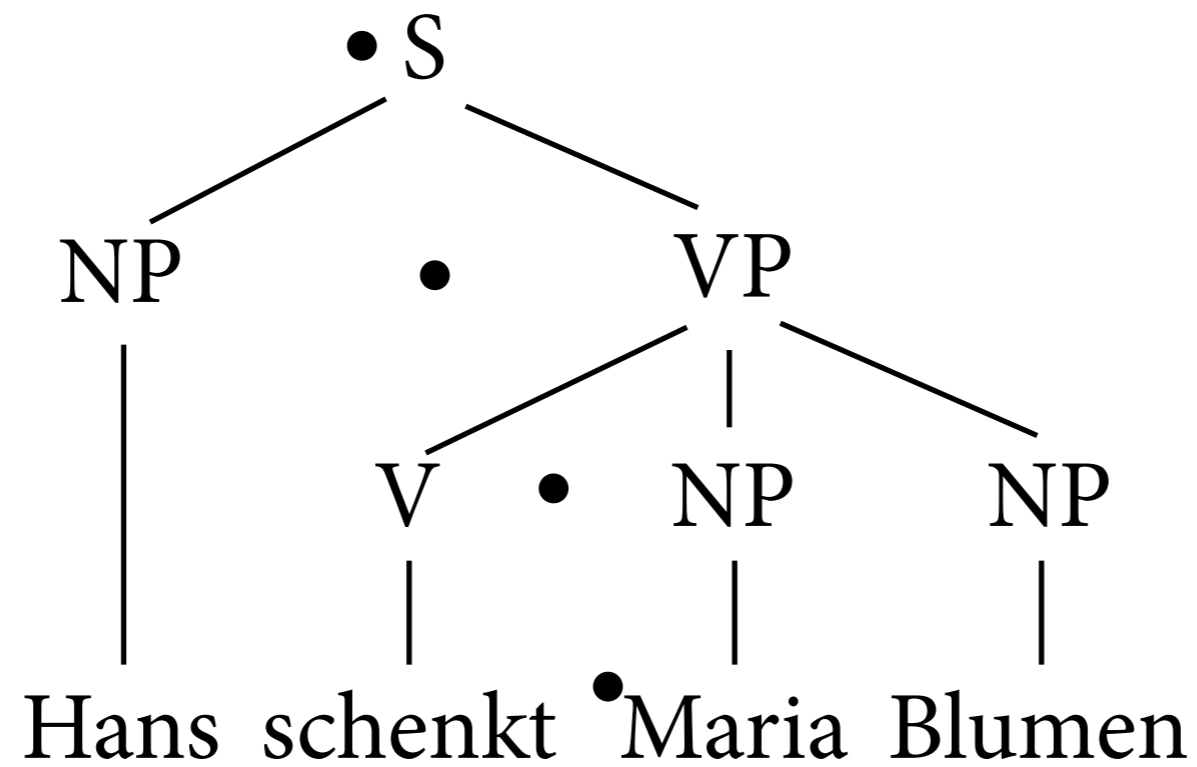
Parsebaum schrittweise bauen?



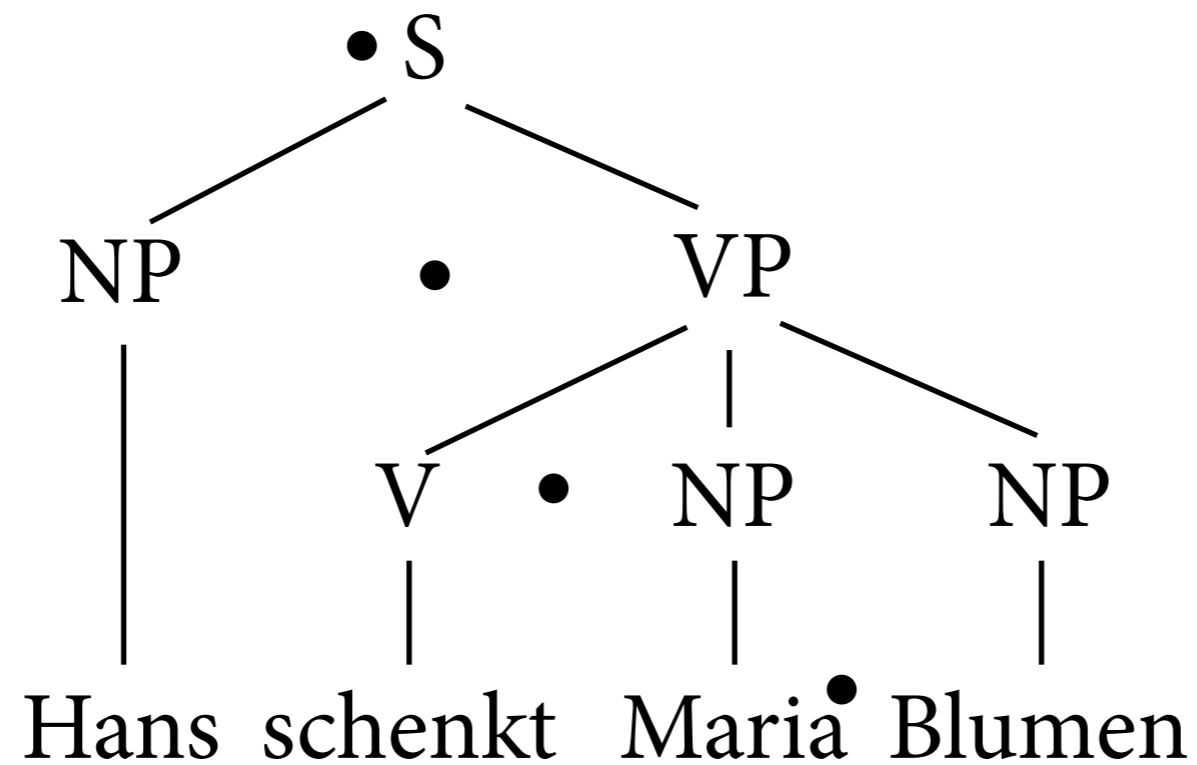
Parsebaum schrittweise bauen?



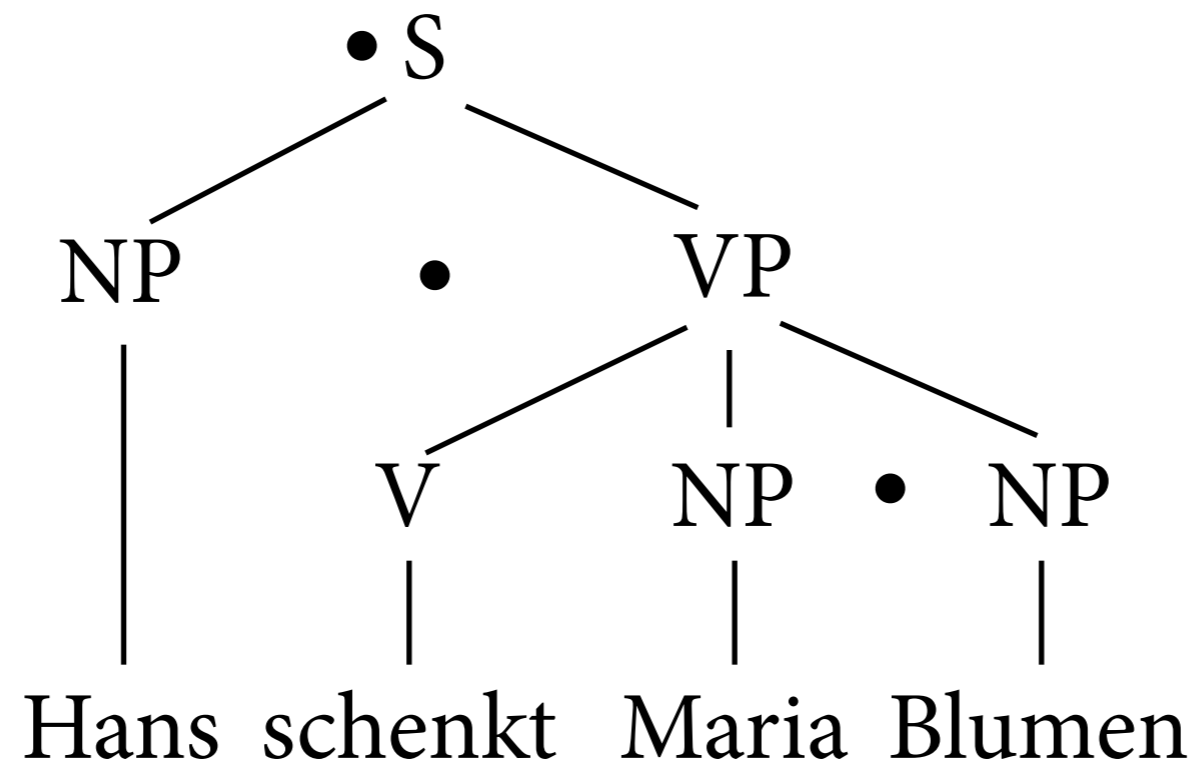
Parsebaum schrittweise bauen?



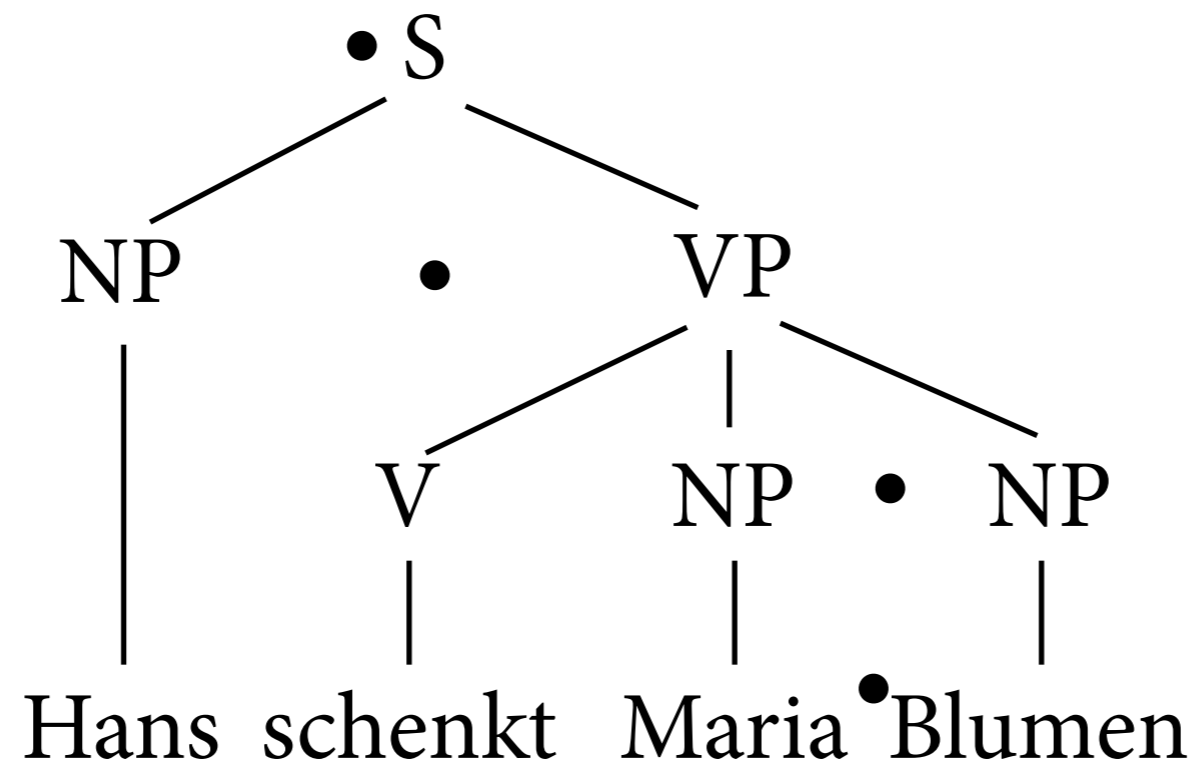
Parsebaum schrittweise bauen?



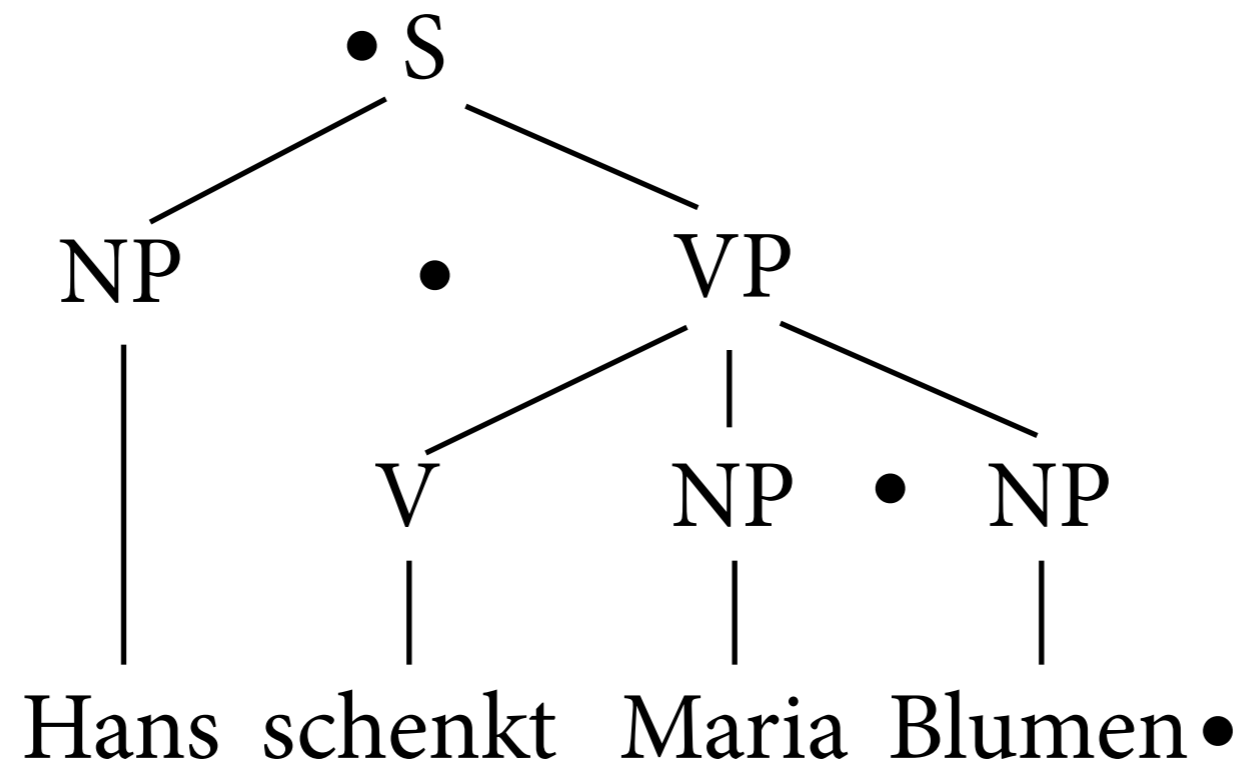
Parsebaum schrittweise bauen?



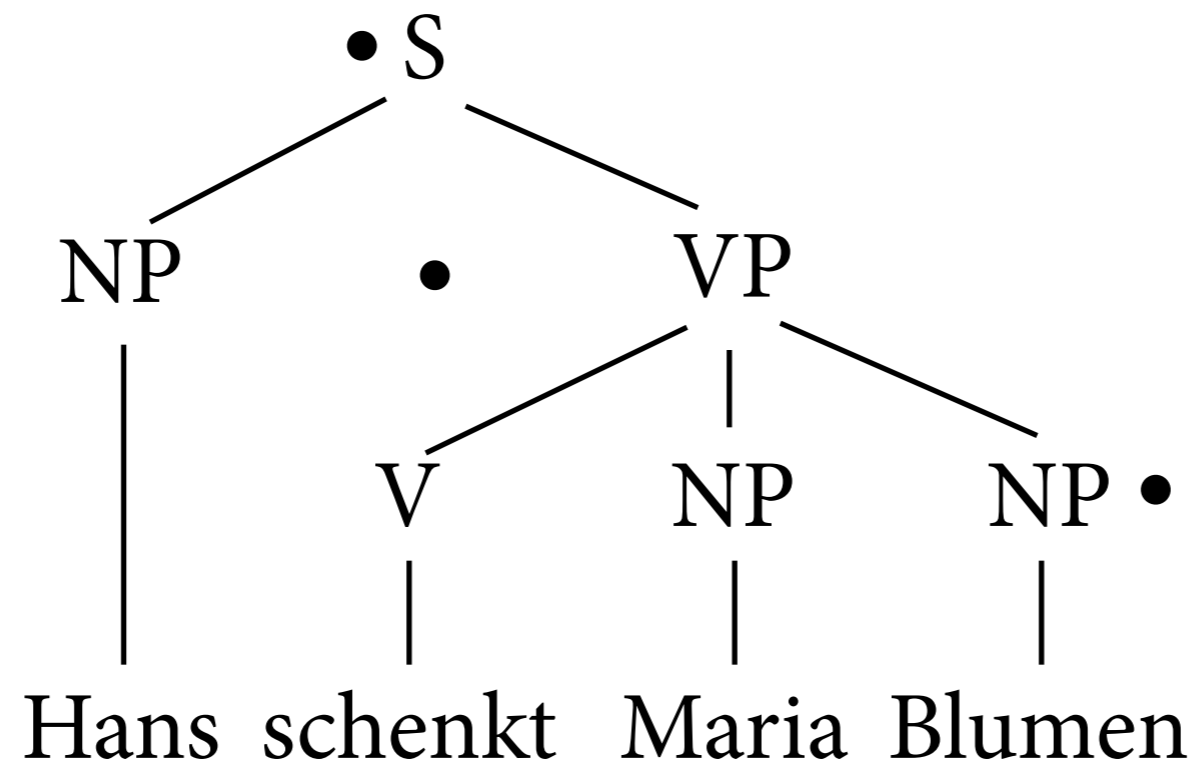
Parsebaum schrittweise bauen?



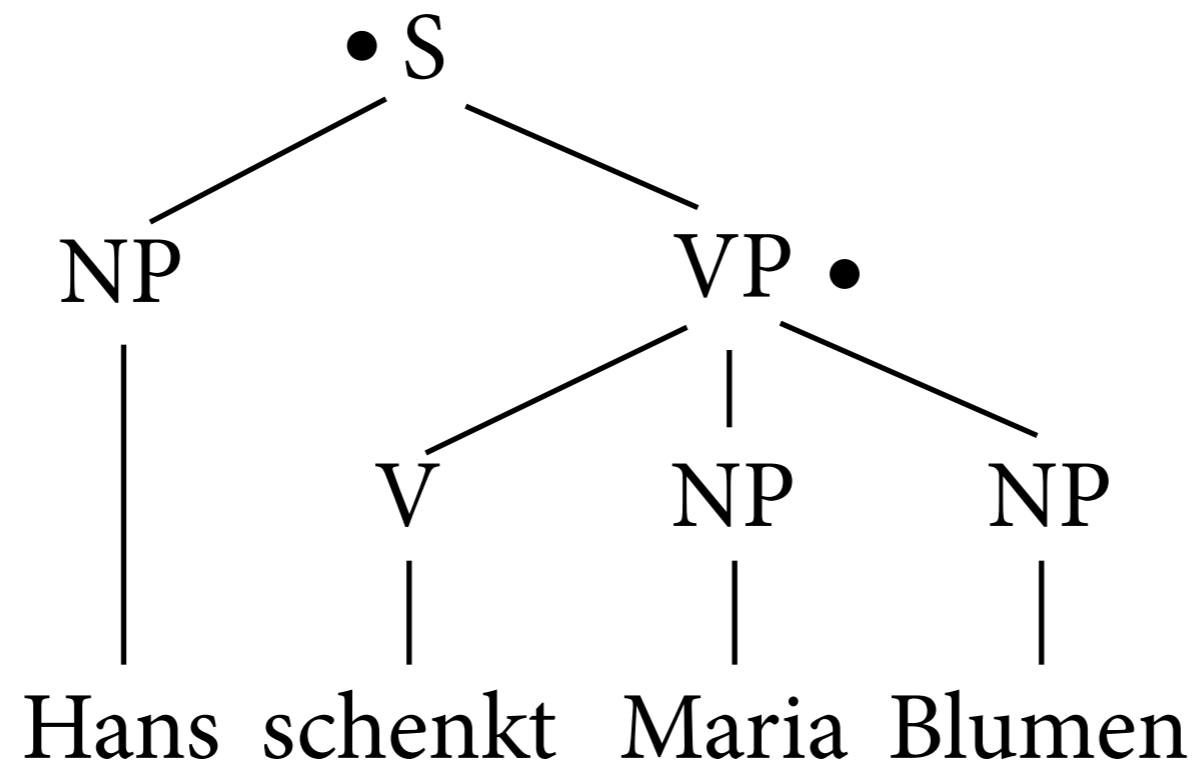
Parsebaum schrittweise bauen?



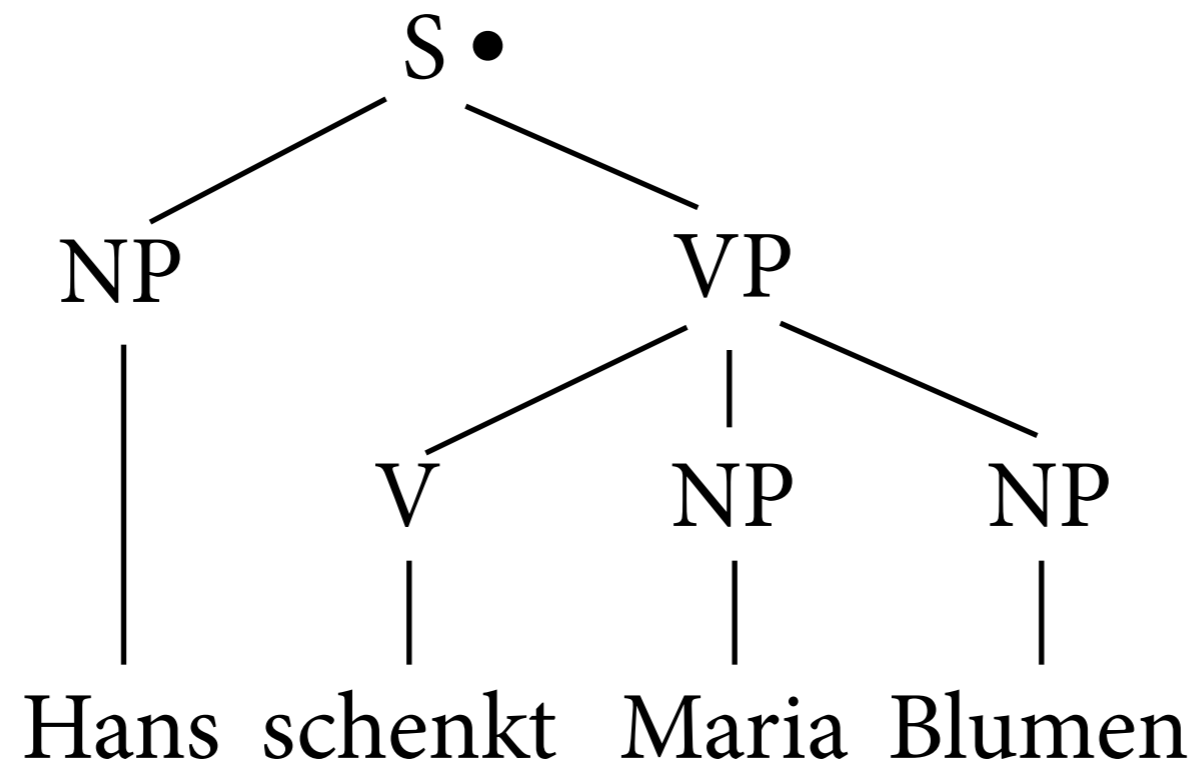
Parsebaum schrittweise bauen?



Parsebaum schrittweise bauen?

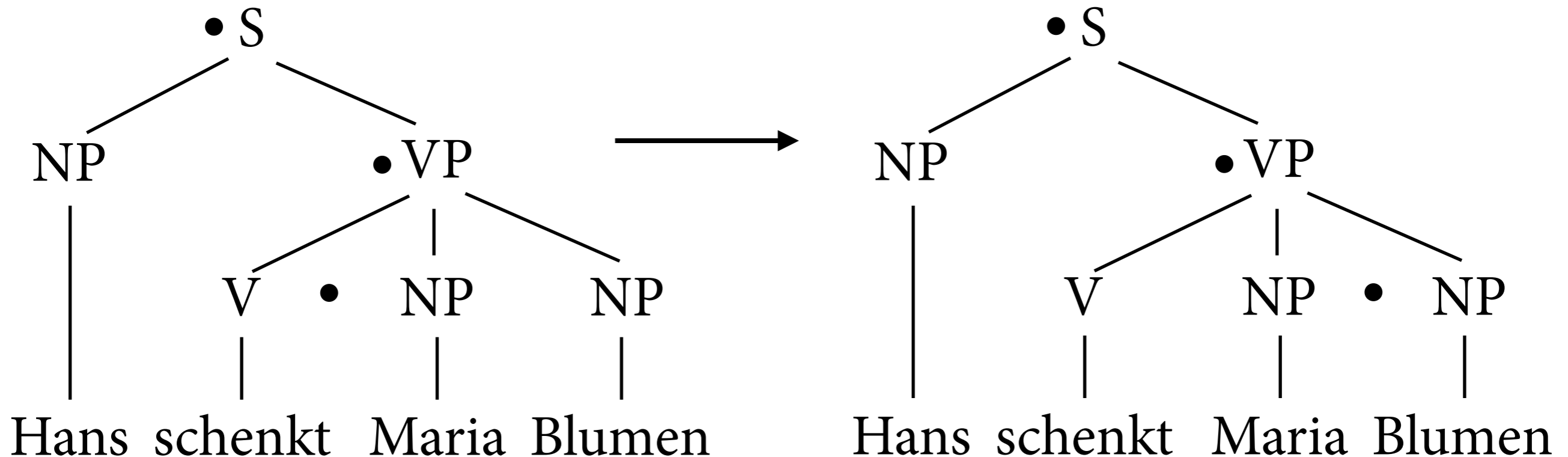


Parsebaum schrittweise bauen?

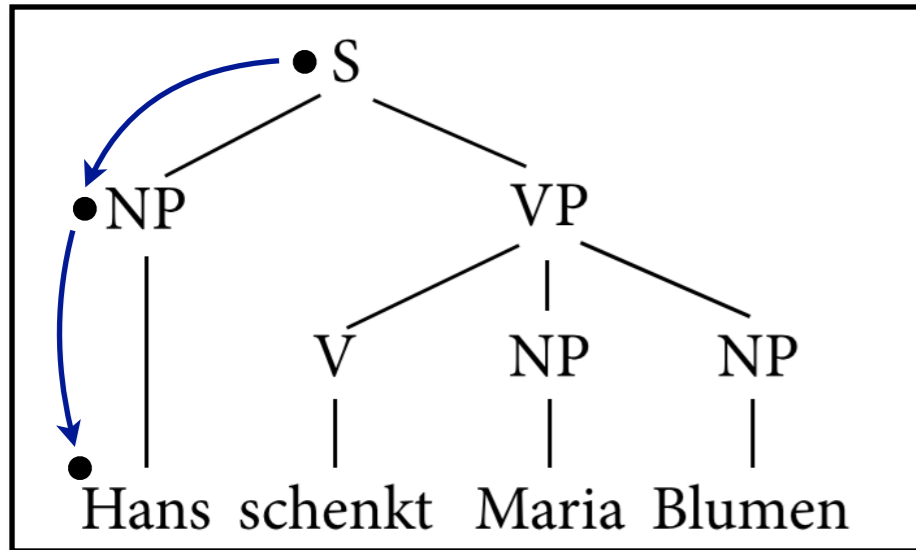


Nicht-binäre Regeln

- Algorithmus auf dieser Grundlage könnte direkt aus nicht-CNF-Grammatik den Originalbaum berechnen.
- Könnte auch in kubischer Zeit laufen, weil er immer nur zwei Teilstrings auf einmal kombiniert:

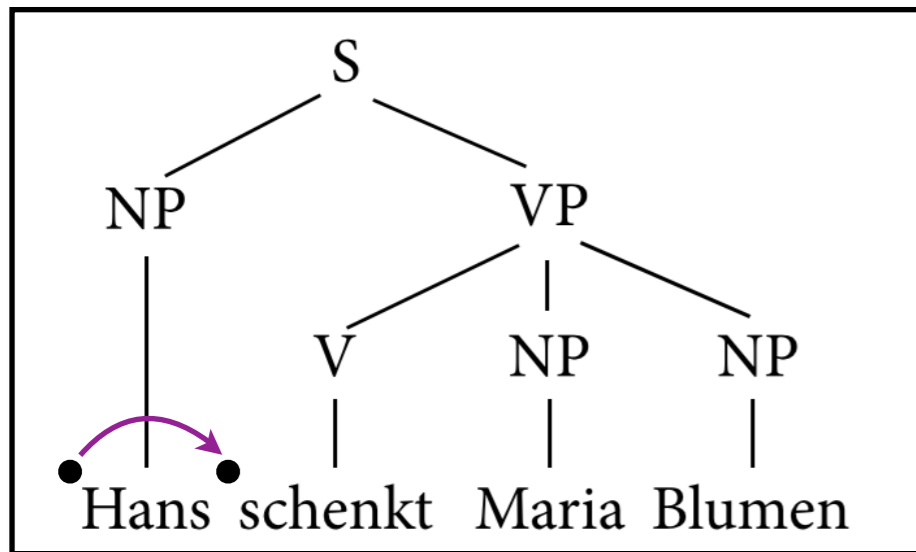


Operationen



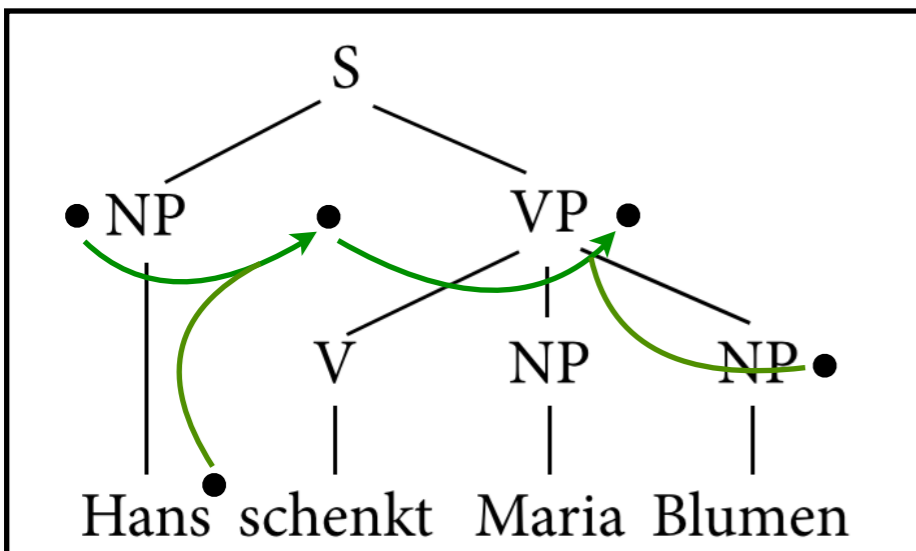
Predict:

Will ein S ab Stringposition i bauen,
habe Regel $S \rightarrow NP VP$:
kann versuchen, NP ab i zu bauen.



Scan:

Will "Hans" ab Stringposition i bauen,
an Position i steht tatsächlich i :
habe erfolgreich "Hans" von i bis $i+1$ geparst.



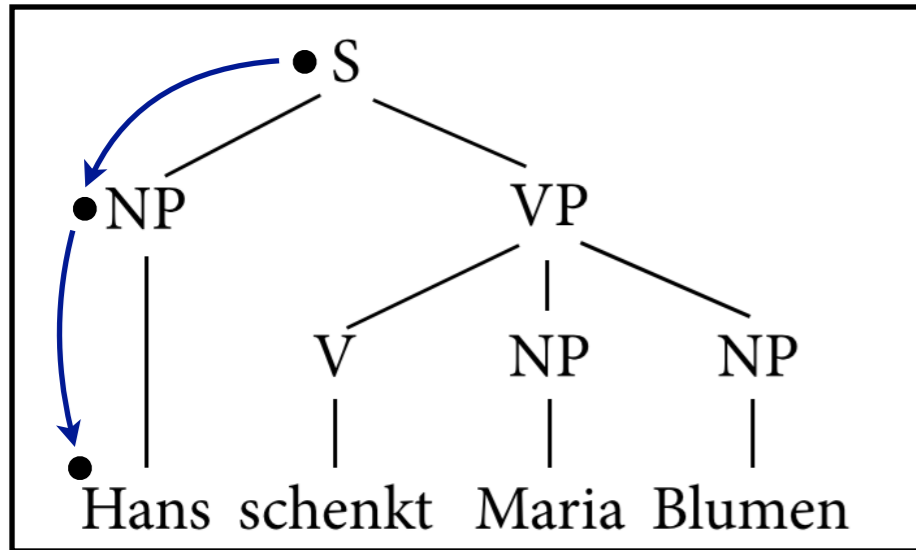
Complete:

Will S ab Position i mit Regel $S \rightarrow NP VP$
bauen. Habe von i bis j eine NP-Regel
vollständig geparst. Deshalb habe ich in
 $S \rightarrow NP VP$ Fortschritt gemacht.

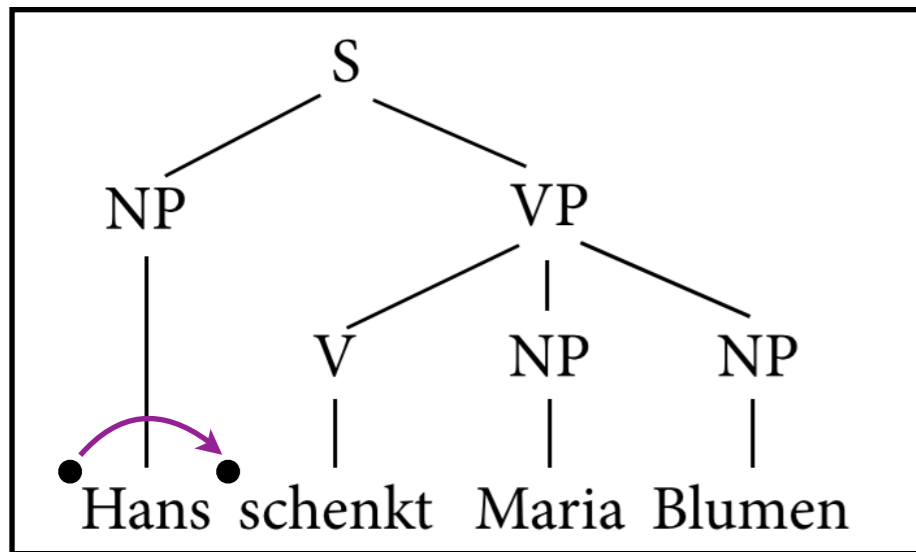
Der Earley-Parser

- Items haben die Form $[i, A \rightarrow \alpha \bullet \beta, k]$:
 - ▶ Item repräsentiert einen Versuch, eine A-Konstituente ab Stringposition i zu lesen
 - ▶ indem als erste Regel $A \rightarrow \alpha \beta$ angewendet wird
 - ▶ bis vor Position k sind wir schon gekommen; dabei haben wir ein α gelesen
 - ▶ d.h.: $A \Rightarrow \alpha \beta \Rightarrow^* w_i \dots w_{k-1} \beta$ (wie vorhin)
- Drei Regeln, um Items zu manipulieren: Predict, Scan, Complete.

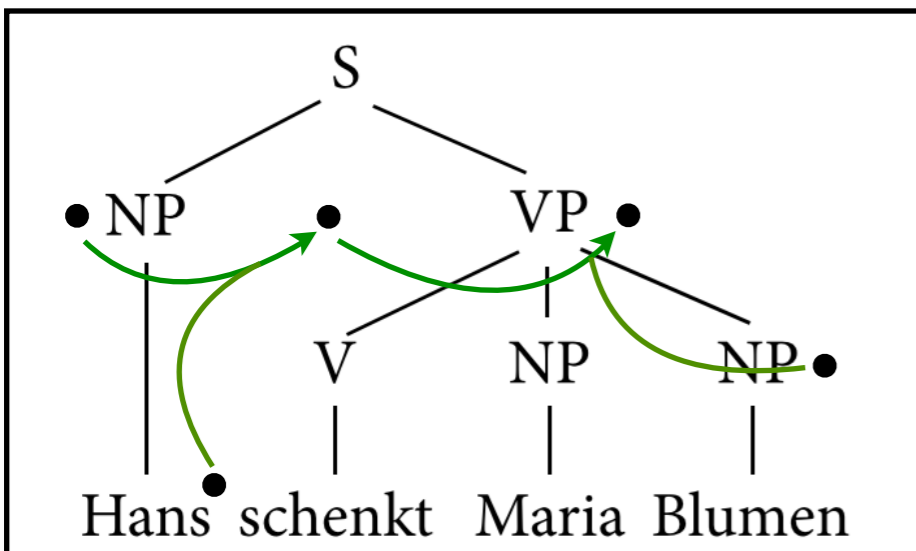
Operationen



$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \cdot B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \cdot \gamma, k]} \quad \text{Predict}$$

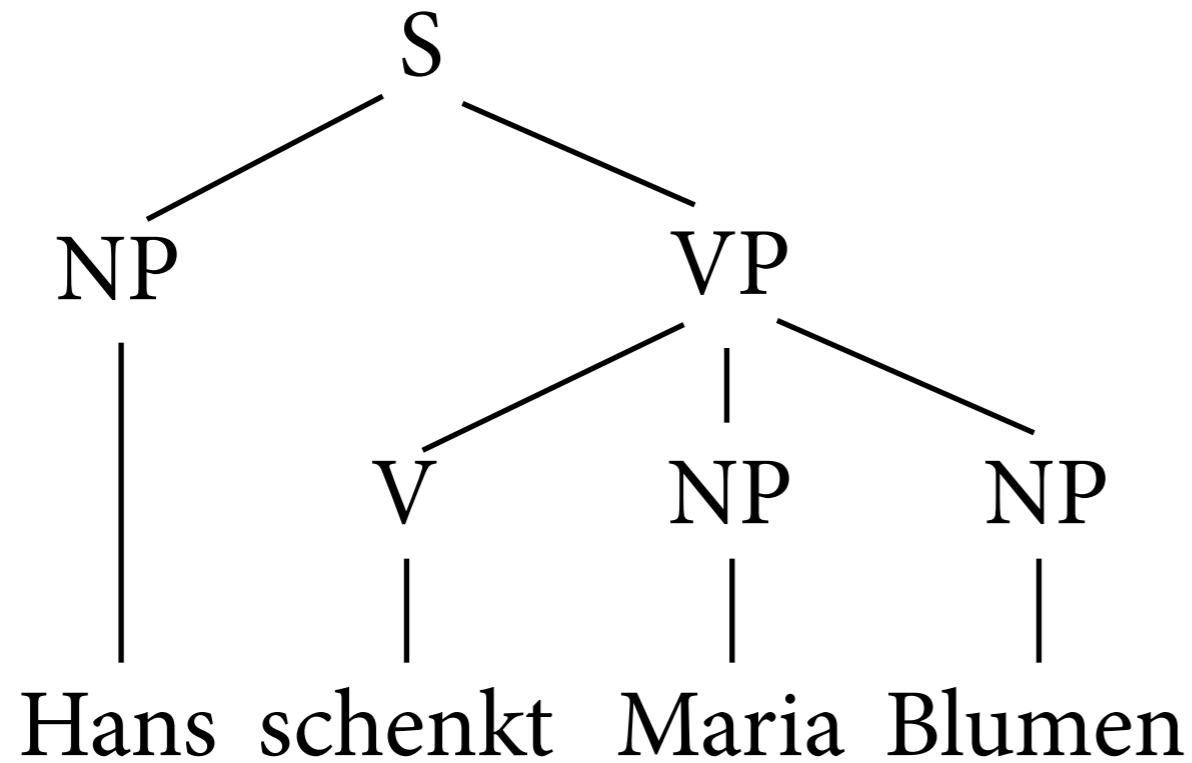


$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \cdot w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \cdot \beta, i+1]} \quad \text{Scan}$$



$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \cdot B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \cdot, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \cdot \beta, k]} \quad \text{Complete}$$

Earley-Parser im Beispiel

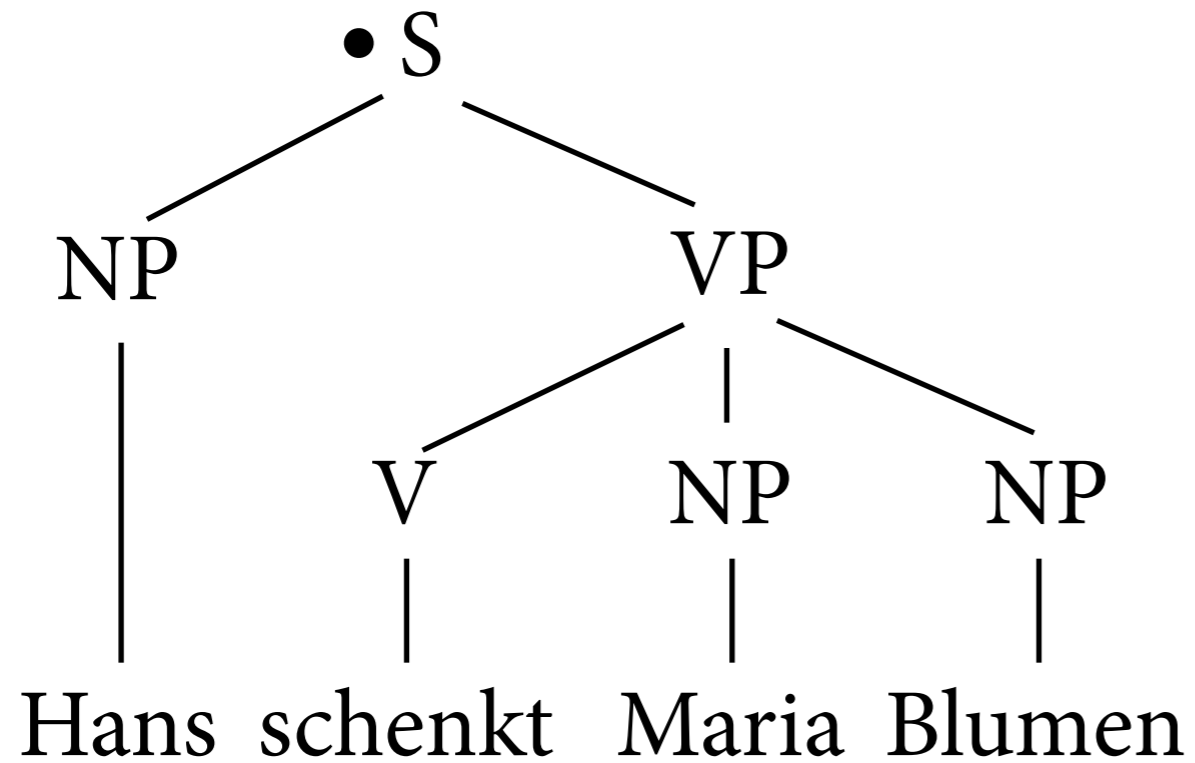


$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (\text{P})$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (\text{S})$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (\text{C})$$

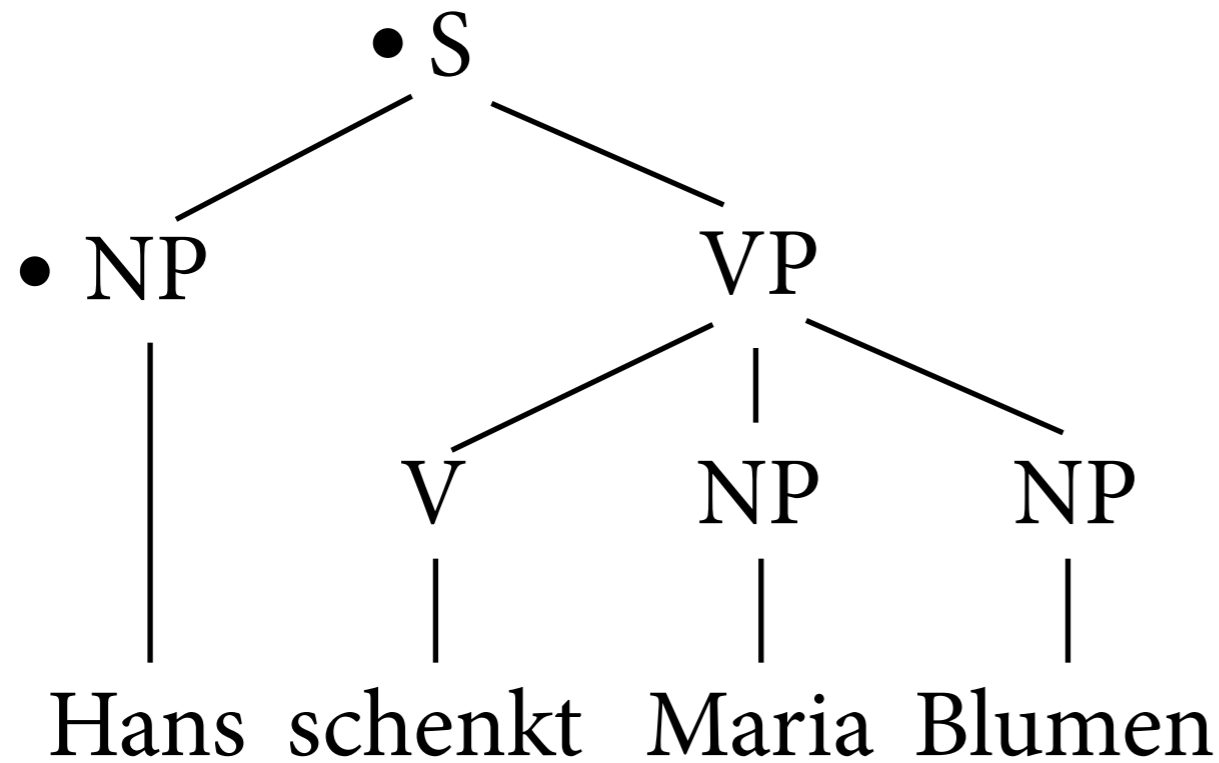
Earley-Parser im Beispiel



$[1, S' \rightarrow \bullet S, 1]$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (\text{P}) \quad \frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (\text{S}) \quad \frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (\text{C})$$

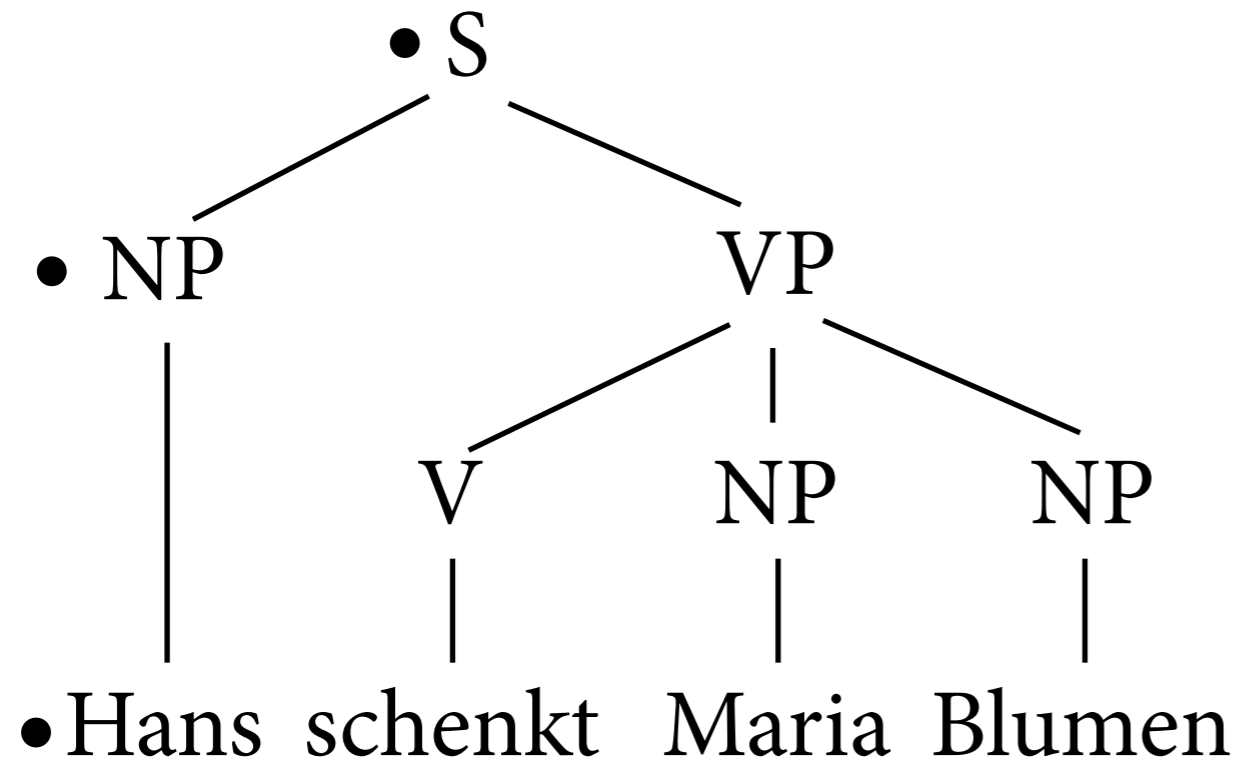
Earley-Parser im Beispiel



$[1, S' \rightarrow \bullet S, 1]$
 $[1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1]$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (\text{P}) \quad \frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (\text{S}) \quad \frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (\text{C})$$

Earley-Parser im Beispiel



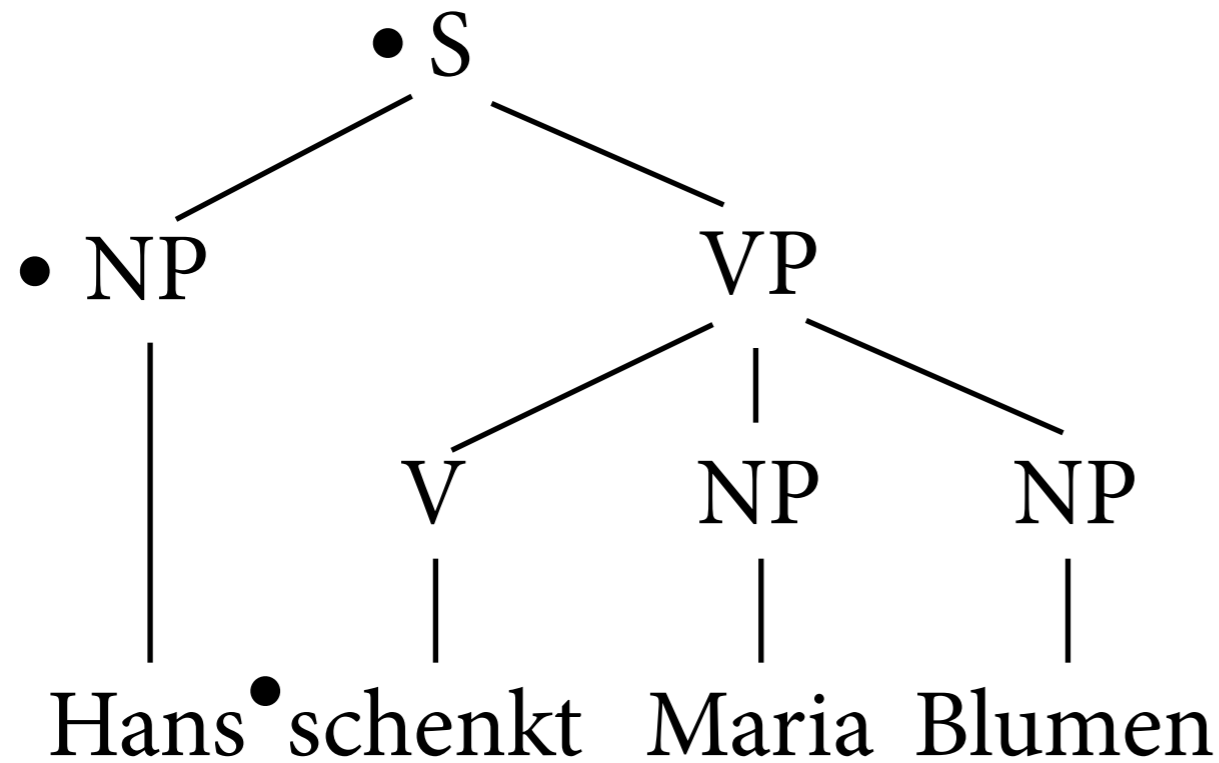
$[1, S' \rightarrow \bullet S, 1]$
 $[1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1]$
 $[1, NP \rightarrow \bullet Hans, 1]$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (\text{P})$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (\text{S})$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (\text{C})$$

Earley-Parser im Beispiel



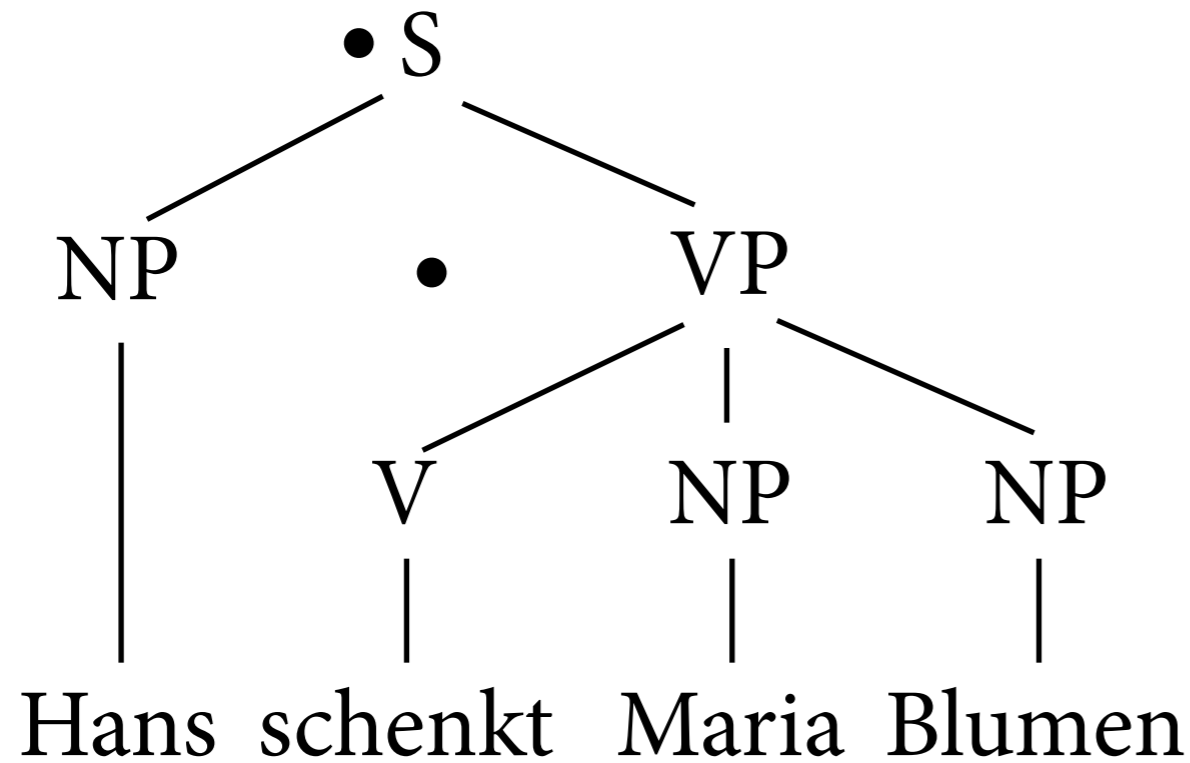
$[1, S' \rightarrow \bullet S, 1]$
 $[1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1]$
 $[1, NP \rightarrow \bullet Hans, 1]$
 $[1, NP \rightarrow Hans \bullet, 2]$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (\text{P})$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (\text{S})$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (\text{C})$$

Earley-Parser im Beispiel



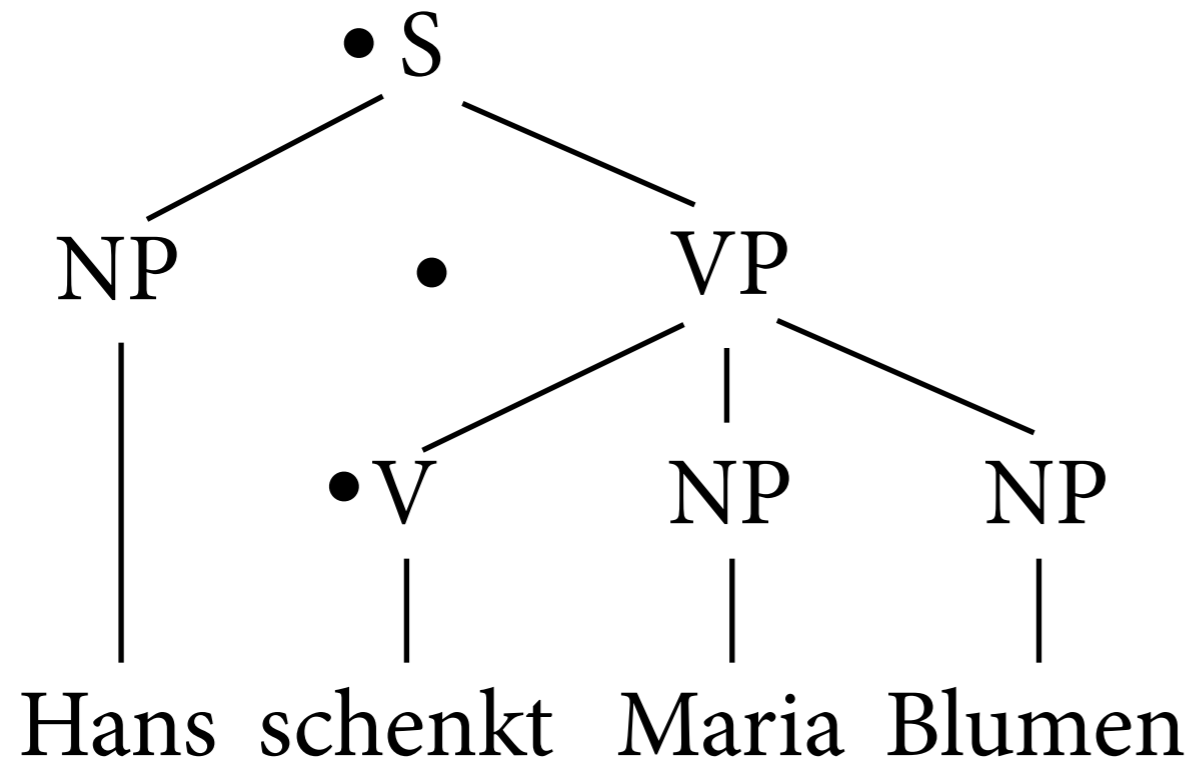
$[1, S' \rightarrow \bullet S, 1]$
 $[1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1]$
 $[1, NP \rightarrow \bullet Hans, 1]$
 $[1, NP \rightarrow Hans \bullet, 2]$
 $[1, S \rightarrow NP \bullet VP, 2]$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (P)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (S)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (C)$$

Earley-Parser im Beispiel



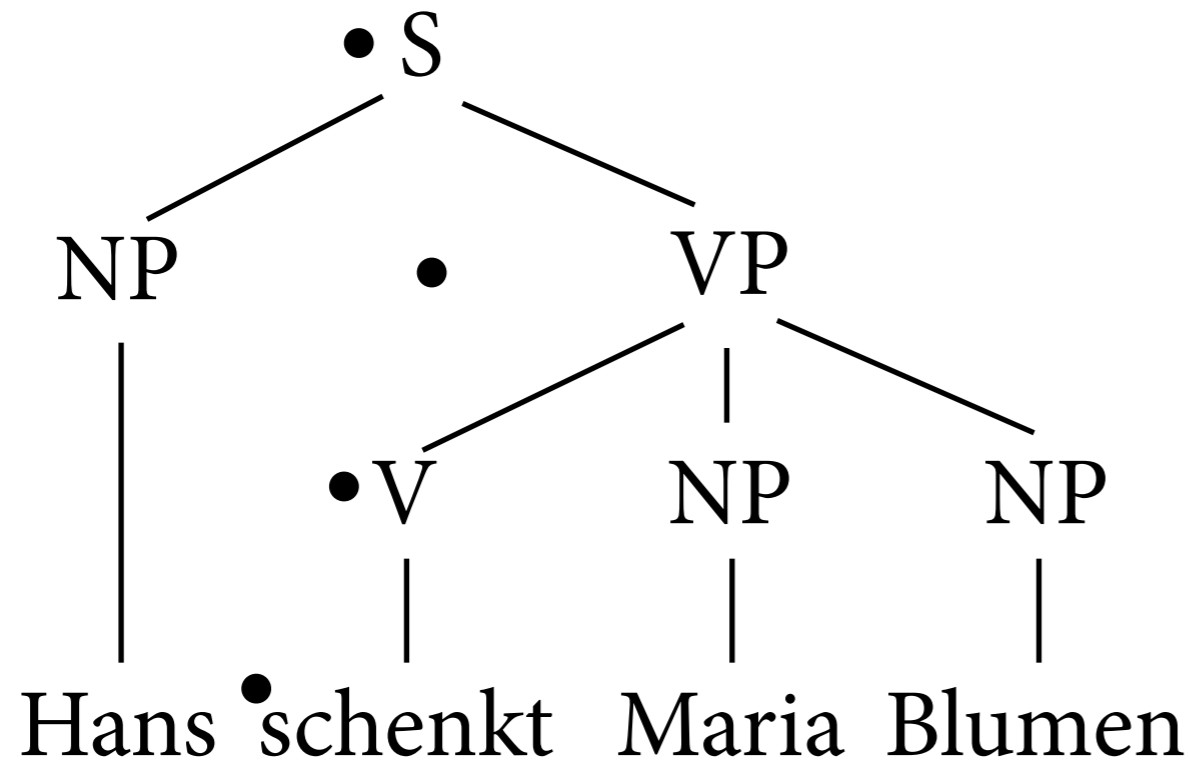
[1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1]
 [1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1]
 [1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1]
 [1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2]
 [1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2]
 [2, $VP \rightarrow \bullet V NP NP$, 2]

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (P)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (S)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (C)$$

Earley-Parser im Beispiel



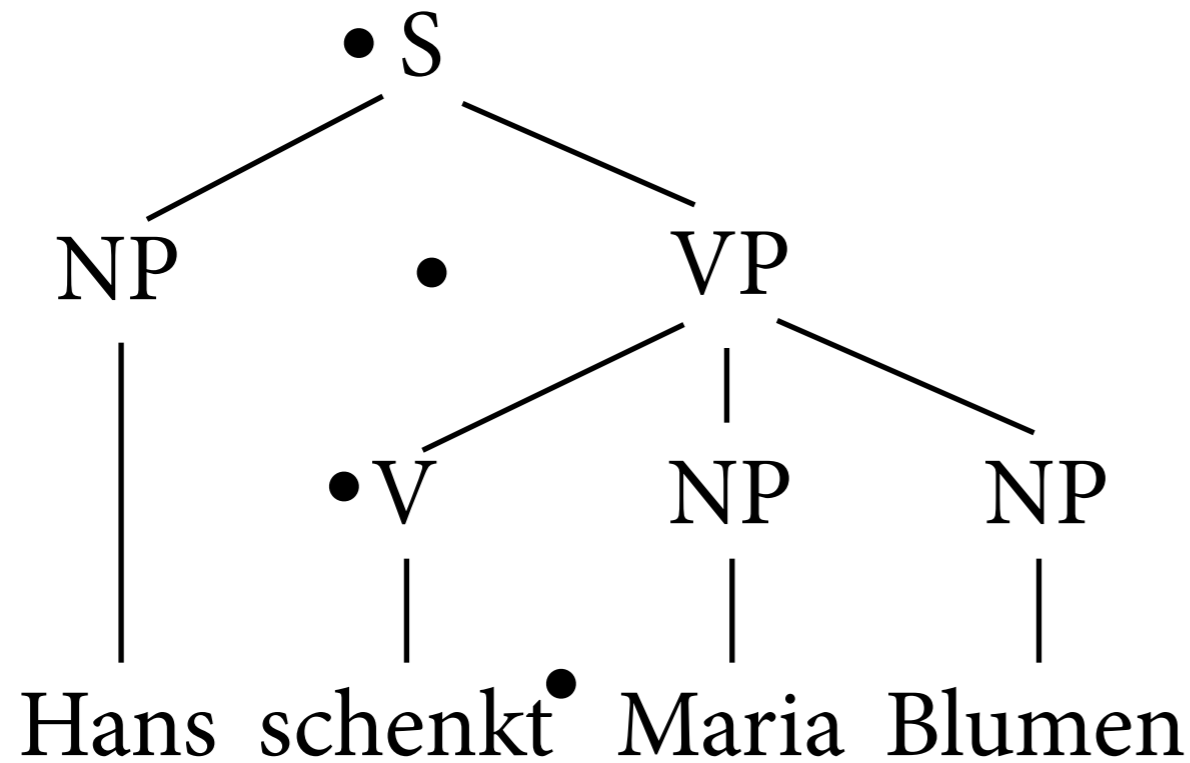
[1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1]
 [1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1]
 [1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1]
 [1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2]
 [1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2]
 [2, $VP \rightarrow \bullet V NP NP$, 2]
 [2, $V \rightarrow \bullet schenkt$, 2]

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (P)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (S)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (C)$$

Earley-Parser im Beispiel



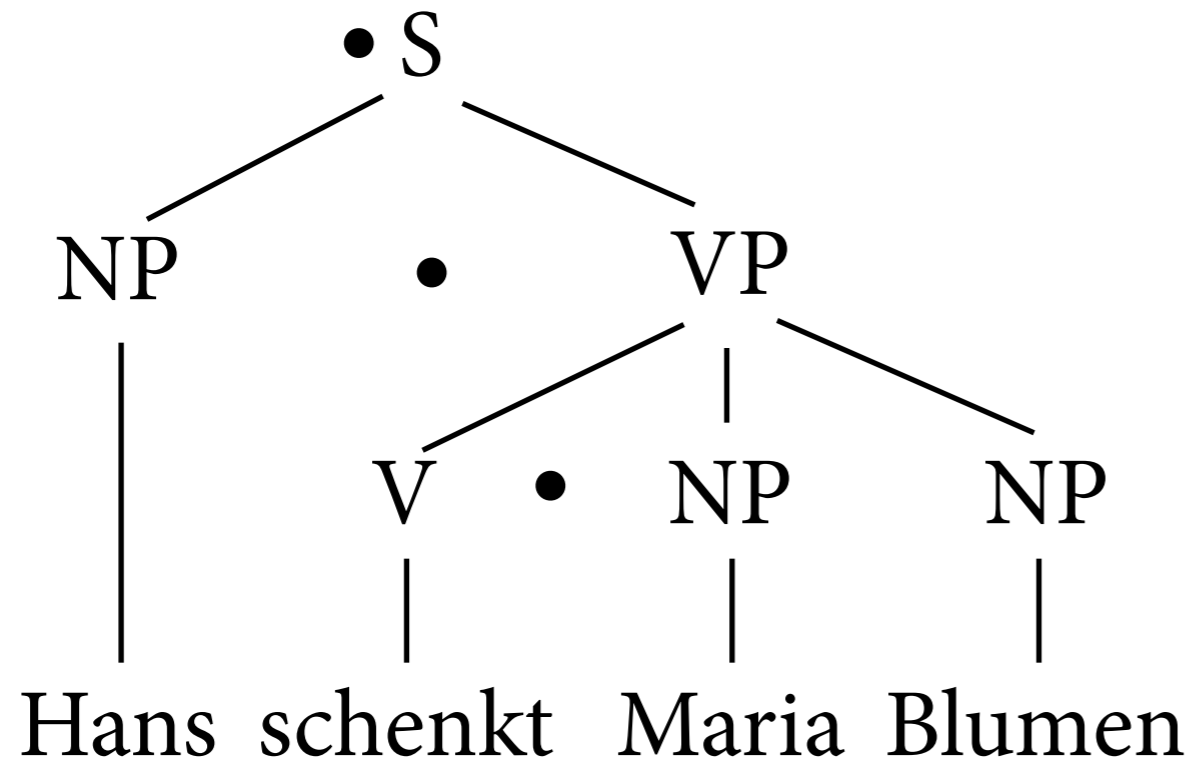
[1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1]
 [1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1]
 [1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1]
 [1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2]
 [1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2]
 [2, $VP \rightarrow \bullet V NP NP$, 2]
 [2, $V \rightarrow \bullet schenkt$, 2]
 [2, $V \rightarrow schenkt \bullet$, 3]

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (P)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (S)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (C)$$

Earley-Parser im Beispiel



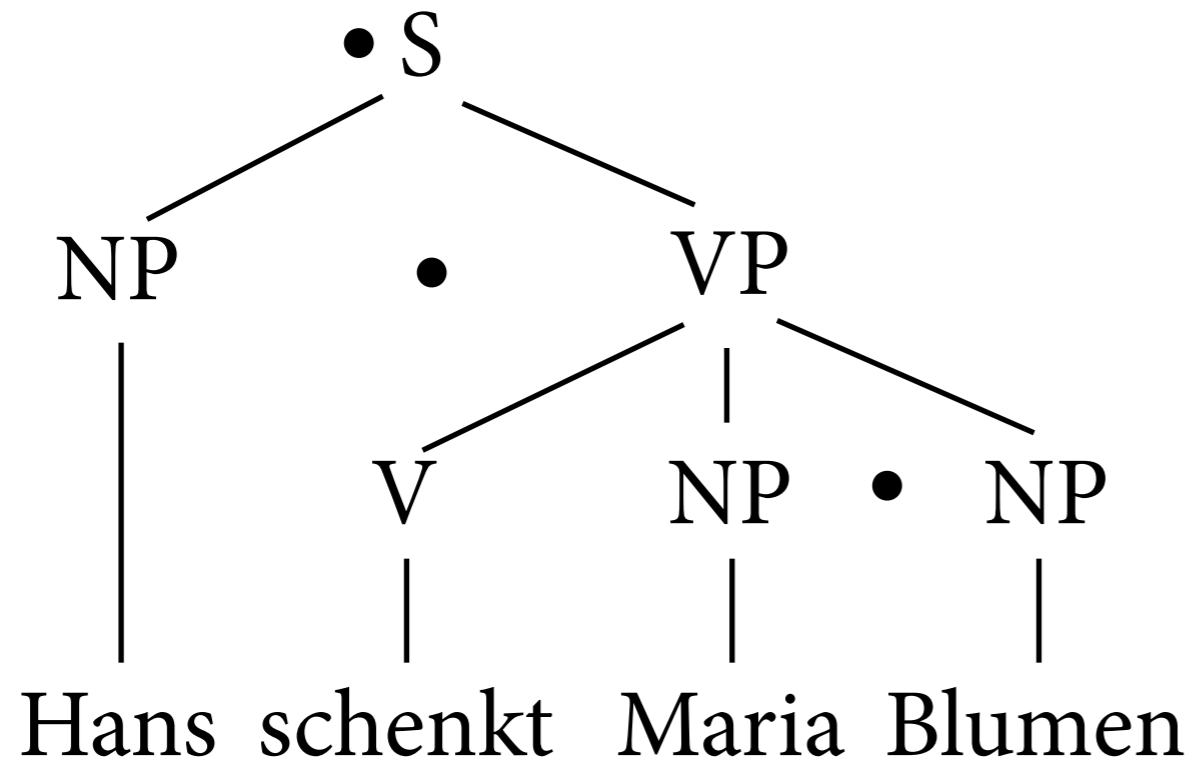
$[1, S' \rightarrow \bullet S, 1]$
 $[1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1]$
 $[1, NP \rightarrow \bullet Hans, 1]$
 $[1, NP \rightarrow Hans \bullet, 2]$
 $[1, S \rightarrow NP \bullet VP, 2]$
 $[2, VP \rightarrow \bullet V NP NP, 2]$
 $[2, V \rightarrow \bullet schenkt, 2]$
 $[2, V \rightarrow schenkt \bullet, 3]$
 $[2, VP \rightarrow V \bullet NP NP, 3]$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (P)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (S)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (C)$$

Earley-Parser im Beispiel



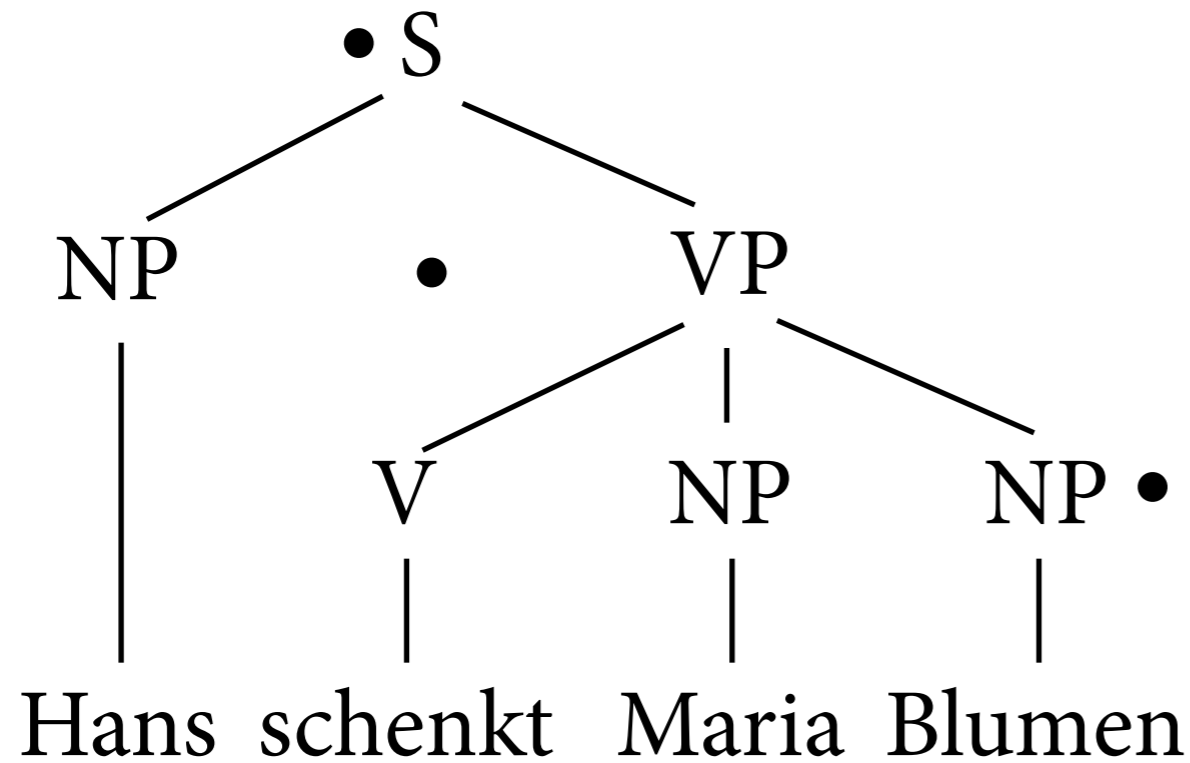
[1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1]
 [1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1]
 [1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1]
 [1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2]
 [1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2]
 [2, $VP \rightarrow \bullet V NP NP$, 2]
 [2, $V \rightarrow \bullet schenkt$, 2]
 [2, $V \rightarrow schenkt \bullet$, 3]
 [2, $VP \rightarrow V \bullet NP NP$, 3]
 ... [2, $VP \rightarrow V NP \bullet NP$, 4]

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (P)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (S)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (C)$$

Earley-Parser im Beispiel



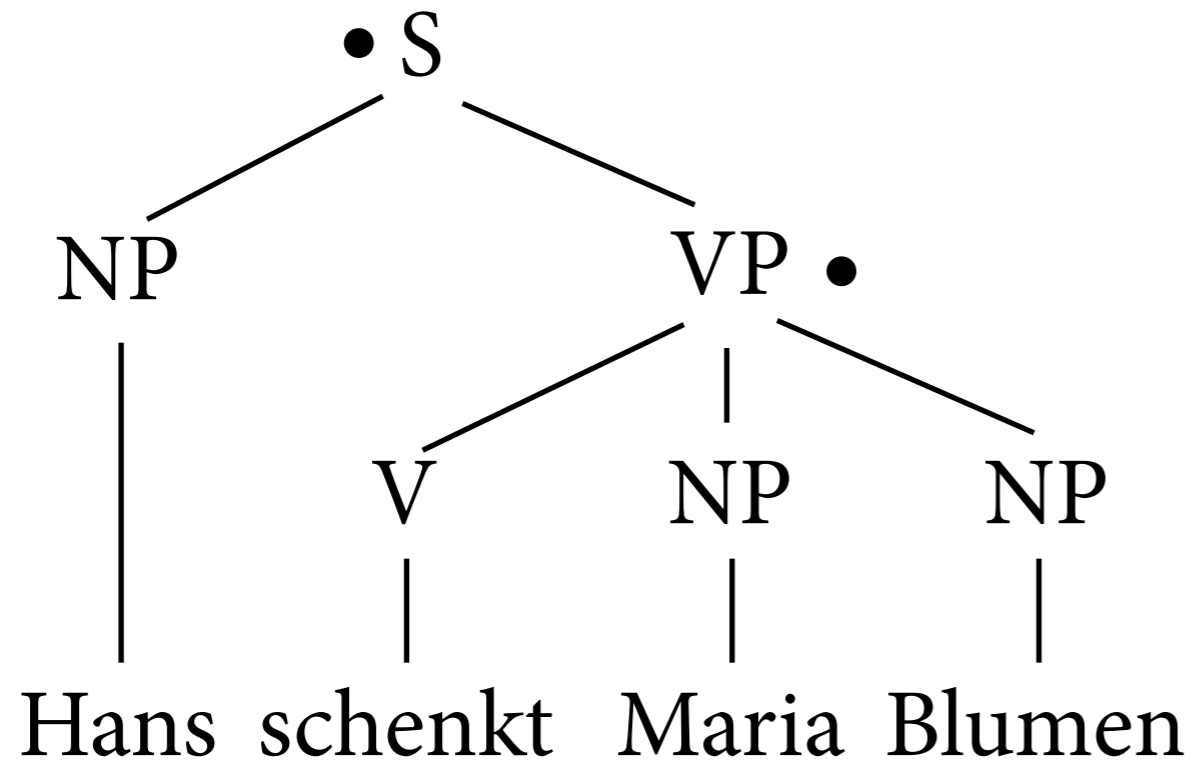
[1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1]
 [1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1]
 [1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1]
 [1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2]
 [1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2]
 [2, $VP \rightarrow \bullet V NP NP$, 2]
 [2, $V \rightarrow \bullet schenkt$, 2]
 [2, $V \rightarrow schenkt \bullet$, 3]
 [2, $VP \rightarrow V \bullet NP NP$, 3]
 ... [2, $VP \rightarrow V NP \bullet NP$, 4]
 ... [2, $VP \rightarrow V NP NP \bullet$, 5]

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (P)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (S)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (C)$$

Earley-Parser im Beispiel



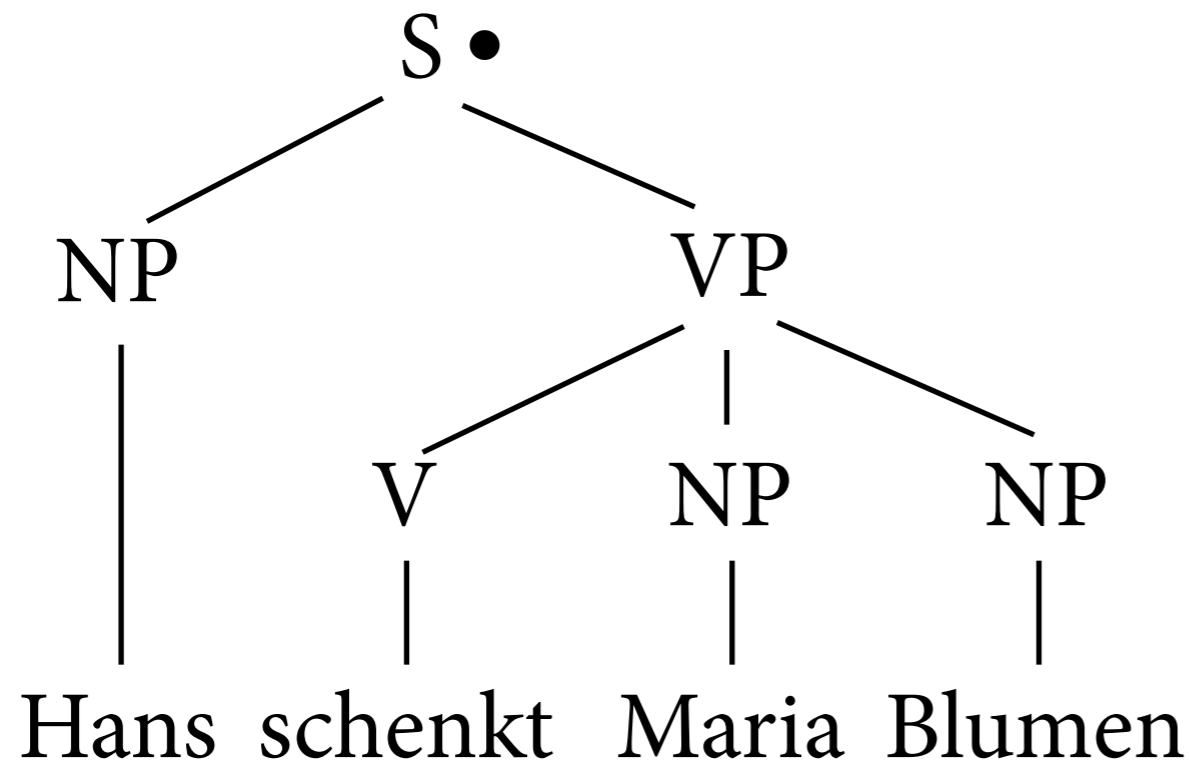
$[1, S' \rightarrow \bullet S, 1]$
 $[1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1]$
 $[1, NP \rightarrow \bullet Hans, 1]$
 $[1, NP \rightarrow Hans \bullet, 2]$
 $[1, S \rightarrow NP \bullet VP, 2]$
 $[2, VP \rightarrow \bullet V NP NP, 2]$
 $[2, V \rightarrow \bullet schenkt, 2]$
 $[2, V \rightarrow schenkt \bullet, 3]$
 $[2, VP \rightarrow V \bullet NP NP, 3]$
 $\dots [2, VP \rightarrow V NP \bullet NP, 4]$
 $\dots [2, VP \rightarrow V NP NP \bullet, 5]$
 $\dots [1, S \rightarrow NP VP \bullet, 5]$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (P)$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (S)$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (C)$$

Earley-Parser im Beispiel



[1, S' → • S, 1]
 [1, S → • NP VP, 1]
 [1, NP → • Hans, 1]
 [1, NP → Hans •, 2]
 [1, S → NP • VP, 2]
 [2, VP → • V NP NP, 2]
 [2, V → • schenkt, 2]
 [2, V → schenkt •, 3]
 [2, VP → V • NP NP, 3]
 ... [2, VP → V NP • NP, 4]
 ... [2, VP → V NP NP •, 5]
 ... [1, S → NP VP •, 5]
 ... [1, S' → S •, 5]

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, k] \quad B \rightarrow \gamma \text{ ist Regel}}{[k, B \rightarrow \bullet \gamma, k]} \quad (\text{P})$$

$$\frac{[j, A \rightarrow \alpha \bullet w_i \beta, i]}{[j, A \rightarrow \alpha w_i \bullet \beta, i+1]} \quad (\text{S})$$

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \quad (\text{C})$$

Der Earley-Algorithmus

- Beginne mit Chart, die nur das Item $[1, S' \rightarrow \bullet S, 1]$ enthält (S ist Startsymbol; S' ist frisches “Super-Startsymbol”).
- Wende Predict, Scan, Complete an, so lange es geht.
- Wenn dabei $[1, S' \rightarrow S \bullet, n+1]$ abgeleitet wurde, war Wort in der Sprache; sonst nicht.

Alternative, äquivalente Formulierung: Start-Items sind Items der Form $[1, S \rightarrow \bullet \gamma, 1]$ für jede Regel $S \rightarrow \gamma$; Ziel-Items sind alle $[1, S \rightarrow \gamma \bullet, n+1]$.

Der Earley-Parser

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow \text{isst}$ $\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
 $NP \rightarrow \text{Det } N$ $NP \rightarrow \text{Hans}$ $N \rightarrow \text{Käse}$
 $VP \rightarrow V NP$ $N \rightarrow \text{brot}$

Punkt-
position

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

Hans	isst	ein	Käse br ot

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Punkt-
position

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

$1, S' \rightarrow \bullet S, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Punkt-
position

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

$1, S' \rightarrow \bullet S, 1$ $1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Punkt-
position

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

$1, S' \rightarrow \bullet S, 1$ $1, S \rightarrow \bullet NP VP, 1$ $1, NP \rightarrow \bullet Hans, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2			
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>			
<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow \text{isst}$ $\text{Det} \rightarrow \text{ein}$
 $NP \rightarrow \text{Det } N$ $NP \rightarrow \text{Hans}$ $N \rightarrow \text{Käse}$
 $VP \rightarrow V NP$ $N \rightarrow \text{brot}$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

<p>1, NP \rightarrow Hans •, 2 1, S \rightarrow NP • VP, 2</p>	<p>2, VP \rightarrow • V NP, 2</p>		
<p>1, S' \rightarrow • S, 1 1, S \rightarrow • NP VP, 1 1, NP \rightarrow • Hans, 1</p>			
Hans	isst	ein	Käse br ot

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

<p>1, NP \rightarrow Hans •, 2 1, S \rightarrow NP • VP, 2</p>	<p>2, VP \rightarrow • V NP, 2 2, V \rightarrow • isst, 2</p>		
<p>1, S' \rightarrow • S, 1 1, S \rightarrow • NP VP, 1 1, NP \rightarrow • Hans, 1</p>			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3		
1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2		
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3</p> <p>2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>		
<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2</p> <p>1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2</p> <p>2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>		
<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1</p> <p>1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1</p> <p>1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>	3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3	
	<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>	
	<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>		
	Hans	isst	ein Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>	<p>3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3 3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3</p>	
	<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>	
	<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>		
	Hans	isst	ein Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

		3, $Det \rightarrow ein \bullet, 4$	
	2, $V \rightarrow isst \bullet, 3$ 2, $VP \rightarrow V \bullet NP, 3$	3, $NP \rightarrow \bullet Det N, 3$ 3, $Det \rightarrow \bullet ein, 3$	
1, $NP \rightarrow Hans \bullet, 2$ 1, $S \rightarrow NP \bullet VP, 2$	2, $VP \rightarrow \bullet V NP, 2$ 2, $V \rightarrow \bullet isst, 2$		
1, $S' \rightarrow \bullet S, 1$ 1, $S \rightarrow \bullet NP VP, 1$ 1, $NP \rightarrow \bullet Hans, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

		<p>3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4</p> <p>3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4</p>	
	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3</p> <p>2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>	<p>3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3</p> <p>3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3</p>	
Hans	<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2</p> <p>1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2</p> <p>2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>	
	<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1</p> <p>1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1</p> <p>1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>		
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

		<p>3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4 3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4</p>	<p>4, $N \rightarrow \bullet kb$, 4</p>
	<p>2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3</p>	<p>3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3 3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3</p>	
	<p>1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2</p>	<p>2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2</p>	
	<p>1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1</p>		
	Hans	isst	ein Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

			4, $N \rightarrow kb \bullet, 5$
		3, $Det \rightarrow ein \bullet, 4$ 3, $NP \rightarrow Det \bullet N, 4$	4, $N \rightarrow \bullet kb, 4$
	2, $V \rightarrow isst \bullet, 3$ 2, $VP \rightarrow V \bullet NP, 3$	3, $NP \rightarrow \bullet Det N, 3$ 3, $Det \rightarrow \bullet ein, 3$	
1, $NP \rightarrow Hans \bullet, 2$ 1, $S \rightarrow NP \bullet VP, 2$	2, $VP \rightarrow \bullet V NP, 2$ 2, $V \rightarrow \bullet isst, 2$		
1, $S' \rightarrow \bullet S, 1$ 1, $S \rightarrow \bullet NP VP, 1$ 1, $NP \rightarrow \bullet Hans, 1$			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

		3, NP \rightarrow Det N •, 5	4, N \rightarrow kb •, 5
		3, Det \rightarrow ein •, 4 3, NP \rightarrow Det • N, 4	4, N \rightarrow • kb, 4
	2, V \rightarrow isst •, 3 2, VP \rightarrow V • NP, 3	3, NP \rightarrow • Det N, 3 3, Det \rightarrow • ein, 3	
1, NP \rightarrow Hans •, 2 1, S \rightarrow NP • VP, 2	2, VP \rightarrow • V NP, 2 2, V \rightarrow • isst, 2		
1, S' \rightarrow • S, 1 1, S \rightarrow • NP VP, 1 1, NP \rightarrow • Hans, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

	2, $VP \rightarrow V NP \bullet$, 5	3, $NP \rightarrow Det N \bullet$, 5	4, $N \rightarrow kb \bullet$, 5
		3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4 3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4	4, $N \rightarrow \bullet kb$, 4
	2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3	3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3 3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3	
Hans	1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2	
	1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1		
	Hans	isst	ein
			Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

1, $S \rightarrow NP VP \bullet$, 5	2, $VP \rightarrow V NP \bullet$, 5	3, $NP \rightarrow Det N \bullet$, 5	4, $N \rightarrow kb \bullet$, 5
		3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4 3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4	4, $N \rightarrow \bullet kb$, 4
	2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3	3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3 3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3	
1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2		
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Der Earley-Parser

Punkt-
position

$S \rightarrow NP VP$ $V \rightarrow isst$ $Det \rightarrow ein$
 $NP \rightarrow Det N$ $NP \rightarrow Hans$ $N \rightarrow Käsebro$
 $VP \rightarrow V NP$

Predict
Scan
Complete

Hans isst ein K.brot

1, $S \rightarrow NP VP \bullet$, 5 1, $S' \rightarrow S \bullet$, 5	2, $VP \rightarrow V NP \bullet$, 5	3, $NP \rightarrow Det N \bullet$, 5	4, $N \rightarrow kb \bullet$, 5
		3, $Det \rightarrow ein \bullet$, 4 3, $NP \rightarrow Det \bullet N$, 4	4, $N \rightarrow \bullet kb$, 4
	2, $V \rightarrow isst \bullet$, 3 2, $VP \rightarrow V \bullet NP$, 3	3, $NP \rightarrow \bullet Det N$, 3 3, $Det \rightarrow \bullet ein$, 3	
1, $NP \rightarrow Hans \bullet$, 2 1, $S \rightarrow NP \bullet VP$, 2	2, $VP \rightarrow \bullet V NP$, 2 2, $V \rightarrow \bullet isst$, 2		
1, $S' \rightarrow \bullet S$, 1 1, $S \rightarrow \bullet NP VP$, 1 1, $NP \rightarrow \bullet Hans$, 1			
Hans	isst	ein	Käsebro

Anfangs-
position

Implementierung

- Wir verwalten Items, mit denen wir noch nichts gemacht haben, in einer *Agenda*.
 - ▶ Agenda ist eine Queue von Items: Nimm Items vom Anfang weg, füge neue Items am Ende hinzu.
- Alle Items, die wir jemals gesehen haben, schreiben wir in die Chart.
 - ▶ Eine Menge S_i von Items für jede Punktposition i .
 - ▶ Jedes $S_i =$ eine Zeile auf der vorherigen Folie.

Implementierung

- So lange es geht: nimm erstes Item $[i, A \rightarrow \alpha \bullet \beta, k]$ von der Agenda.
 - ▶ Wenn β leer ist (Punkt am Schluss), dann wende Complete mit Items in S_i an, die auf ein A warten.
 - ▶ Wenn erstes Zeichen in β Terminalsymbol ist, dann wende Scan an.
 - ▶ Wenn erstes Zeichen in β Nichtterminalsymbol B ist, dann wende Predict mit allen Regeln für B an.
 - ▶ Schreibe ein neues Item nur dann auf Agenda, wenn es noch nicht in Chart steht.
- Agenda wird irgendwann leer; dann testen, ob $[1, S' \rightarrow S \bullet, n+1]$ in S_{n+1} steht oder nicht.

Laufzeit

- Implementierung schreibt jedes Item nur einmal auf die Agenda.

- Wie viele Items gibt es? Am flexibelsten Complete:

$$\frac{[i, A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, j] \quad [j, B \rightarrow \gamma \bullet, k]}{[i, A \rightarrow \alpha B \bullet \beta, k]} \text{ Complete}$$

- Es gibt $O(n^3)$ Instanzen von Complete. Daher gesamte Laufzeit nur $O(n^3)$.
- Für manche Klassen von kfGen ist Earley sogar $O(n^2)$ oder $O(n)$.

Top-down und bottom-up

- Earley-Parser verbindet Elemente von top-down und bottom-up Parsern.

	Iteration über Regeln	Iteration über String-Zerlegungen
Recursive Descent	top-down	top-down
CKY	bottom-up	bottom-up
Earley	top-down (Predict)	bottom-up (Scan, Complete)

Zusammenfassung

- CKY hat Nachteile:
 - ▶ nur für Grammatiken in CNF definiert
 - ▶ nichtbinäre Version hat Laufzeit $O(n^{r+1})$
- Earley-Parser:
 - ▶ basiert auf gleicher Grundidee wie CNF-Konversion
 - ▶ kontrolliert unnötige Arbeit durch Top-Down-Prediction
 - ▶ Laufzeit $O(n^3)$ für beliebige kfGs
 - ▶ Korrektheit: zeigen wir nächste Woche allgemeiner.